

UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E
SISTEMAS

**ANÁLISE DO DESEMPENHO DA CARTEIRA DE MÍNIMA
VARIÂNCIA**

Eugenio Carlos Ventura Nunes da Silva

Florianópolis

2016

**UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA DE PRODUÇÃO E
SISTEMAS**

Eugenio Carlos Ventura Nunes da Silva

**ANÁLISE DO DESEMPENHO DA CARTEIRA DE MÍNIMA
VARIÂNCIA**

Trabalho de conclusão de curso de graduação apresentado ao Departamento de Engenharia de Produção e Sistemas da Universidade Federal de Santa Catarina como requisito obrigatório e parcial para a obtenção do grau de Engenheiro Mecânico com habilitação em Engenharia de Produção Mecânica.

Orientador: Prof. Daniel H. Christian

Florianópolis

2016

Eugenio Carlos Ventura Nunes da Silva

**ANÁLISE DO DESEMPENHO DA CARTEIRA DE MÍNIMA
VARIÂNCIA**

Este Trabalho de Conclusão de Curso foi julgado adequado e aprovado, em sua forma final, pelo curso de Graduação em Engenharia de Produção Mecânica, da Universidade Federal de Santa Catarina.

Florianópolis, 15 de julho de 2016

Prof.^a Mônica Maria Mendes Luna, Dr.^a
Coordenadora dos Cursos de Graduação em
Engenharia de Produção e Sistemas

Banca Examinadora:

Prof. Daniel H. Christian
Orientador
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Antônio Cezar Borna
Universidade Federal de Santa Catarina

Prof. Rogério Feroldi Miorando
Universidade Federal de Santa Catarina

Aos meus pais, Marisa e Eugenio,
responsáveis por tudo que sou e
por tudo que ainda terei a
oportunidade de ser.

AGRADECIMENTOS

Agradeço aos meus pais, Marisa e Eugenio, que merecem não somente um parágrafo desta página, mas toda a extensão deste texto. Minha jornada até aqui seria impensável sem o apoio incondicional das duas pessoas que mais amo na vida.

Aos meus irmãos André e Eduardo, pela amizade que vai muito além dos laços de sangue, por todos os momentos que já passamos juntos e pelas nossas mais épicas aventuras. Que nossas histórias continuem se cruzando.

À minha amada namorada Marina, por ser parte fundamental da minha vida e me trazer tanta felicidade. À Ivone e ao Walter, por terem me acolhido como parte da família.

Às minhas queridas Vó Vanda e Vó Olinda, das quais tenho imensas saudades e guardo algumas das mais felizes lembranças da minha infância.

Ao meu padrinho Wladi e minha Tia Beth, que me receberam de braços abertos.

Ao professor Daniel, que acreditou na minha proposta de pesquisa e me incentivou a fazer sempre o melhor.

À Universidade Federal de Santa Catarina, por me proporcionar o orgulho de ser engenheiro.

A todas as pessoas que passaram pelo meu caminho, deixaram um pouco de si e, com sorte, levaram um pouco de mim, meu muito obrigado.

"I'm feeling so logical."

Supertramp, 1979.

RESUMO

O mercado financeiro brasileiro, apesar de ter se desenvolvido amplamente após o aumento da estabilidade econômica e diminuição da inflação, possui poucos participantes, ainda mais no que diz respeito ao mercado acionário. Isso se dá pela associação desse mercado a grandes riscos e incertezas. Esse trabalho busca reiterar que, apesar de realmente ser arriscado, o investimento em ações pode se valer de estratégias e ferramentas de análise a fim de diminuir sua volatilidade e aumentar seu retorno, de modo a ser uma alternativa aos investimentos mais conservadores ou uma forma de complementá-los. Uma das ferramentas mais difundidas trata-se da fronteira eficiente, construída por meio da estimação da matriz de covariância e do vetor dos retornos esperados. Apesar dos dados históricos passados usados nessas estimativas não serem garantia de resultados futuros, a matriz de covariância tem uma confiabilidade muito maior do que o vetor de retornos esperados, o que sugere que uma estratégia que se baseie na carteira de mínima variância global, que considera iguais os retornos esperados de todos os ativos, possa ser viável. A isso, soma-se o fato das carteiras de mínima variância serem formadas por um número relativamente pequeno de ativos diferentes e, por isso, serem facilmente replicadas pelo investidor individual. Para essa investigação, foi determinado o desempenho forada-amostra da carteira de mínima variância formada por ações presentes no índice Ibovespa, de janeiro de 2000 até dezembro de 2015. A estratégia consistiu em calcular o vetor de peso das ações na carteira no início de cada quadrimestre, quando é divulgada a nova composição do índice, e manter os pesos constantes até que a próxima composição fosse divulgada, com rebalanceamentos e aportes mensais. Foram comparados os indicadores de desempenho obtidos, tais como valor total acumulado, retorno e volatilidade com os do CDI, considerado o ativo livre de risco, e com os de uma carteira que segue o desempenho do índice de mercado Ibovespa. Os resultados mostram que, apesar de ter uma volatilidade bem maior do que a do CDI, a carteira de mínima variância apresenta um valor acumulado significativamente maior em boa parte da série temporal analisada, e uma correlação grande com as variações do Ibovespa, mesmo com apenas uma fração do número de ativos, sendo, assim uma estratégia de investimentos viável ao pequeno investidor individual.

Palavras-chave: otimização de carteiras; carteiras de mínima variância; estratégias de investimento; investidor individual.

ABSTRACT

The Brazilian financial market has developed in recent years, but still has few participants, especially when it comes to the stock market. This happens mainly because its association to major risks and uncertainties. This work aims to show that there are strategies and analytical tools that can be applied in order to reduce volatility and increase return in stock portfolios, creating an alternative to more conservative investments, or a form of complementing them. One of the most widespread of these tools is the efficient frontier, built by estimating the covariance matrix and the vector of expected returns. Although the past historical data used in these estimates are not a guarantee of future results, the covariance matrix has a much higher reliability than the vector of expected returns. This suggests that a strategy based on minimum overall variance portfolio, which considers that all the expected returns are the same, may be feasible. Besides that, the minimum variance portfolios are formed by a relatively small number of different assets and, therefore, can be easily replicated by the individual investor. For this investigation the out-of-sample performance of the minimum variance portfolio was based on assets that were present in the Ibovespa index from January 2000 to December 2015. The strategy was to calculate the weight vector of the shares in the portfolio at the beginning of each four-month period, which is when the new composition of the index is announced, and to maintain them constant until the next composition was disclosed, with monthly deposits. Performance indicators such as total accumulated value, return and volatility were compared with the asset considered to be risk-free, the CDI, and a portfolio that mimics the performance of the Ibovespa index. The results show that despite having a much greater volatility than investments in CDI, the minimum variance portfolio presents a higher cumulative value in most of the analyzed time series. A high correlation with the variations of Ibovespa is also observed, even though it was composed of a fraction of the index's assets, proving to be a viable strategy to the small individual investor.

Keywords: portfolio optimization, minimum variance portfolios, investment strategies, individual investor.

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Utilidade do investidor avesso ao risco.....	35
Figura 2 - A fronteira eficiente.....	37
Figura 3 - Seleção do portfólio ótimo	38
Figura 4 - Fronteira eficiente reduzida a um único ponto	46
Figura 5 – Quantidade de ações que compunham o índice Ibovespa e a CMV, por quadrimestre.....	62
Figura 6 – Número de ações e alocação média da CMV.....	63
Figura 7 – Alocação e alocação acumulada da CMV do primeiro semestre de 2000	63
Figura 8 – Número de ações da CMV que somam pelo menos 80% do peso	64
Figura 9 – Rentabilidade mensal do CDI e da Poupança	66
Figura 10 – Rentabilidade mensal da CMV e da CIBOV	67
Figura 11 – Valor acumulado dos investimentos durante todo o período analisado.....	68
Figura 12 – Retorno em excesso da CMV em relação à CCDI, em termos absolutos e percentuais.....	69
Figura 13 – Valor acumulado da CMV e da CCDI de janeiro de 2000 até dezembro de 2003	70

LISTA DE TABELAS

Tabela 1 – Ações que compuseram o Ibovespa e não constam no banco de dados do Economática®	44
Tabela 2 - Composição da CMV para o primeiro quadrimestre de 2000	47
Tabela 3 - Ações que pararam de ser negociadas durante o quadrimestre em que compunham uma CMV.....	48
Tabela 4 – Número de ações compradas em janeiro de 2000	50
Tabela 5 – Reavaliação do valor da carteira de ações	51
Tabela 6 – Rebalanceamento da CMV em fevereiro de 2000.....	52
Tabela 7 – Simulação do processo de compra e venda de ações entre janeiro e fevereiro de 2000.....	53
Tabela 8 - Simulação do processo de compra e venda de ações entre o primeiro e o segundo quadrimestre de 2000	56
Tabela 9 – Excerto da tabela para cálculo do valor mensal da CCDI ...	59
Tabela 10 - Excerto da tabela para cálculo do valor mensal da CIBOV60	
Tabela 11 – As 10 empresas que mais estiveram presentes na CMV nos 48 quadrimestres analisados.....	65
Tabela 12 – Resumo das medidas de desempenho.....	72

LISTA DE ABREVIATURAS E SIGLAS

CMV	Carteira de Mínima Variância
CCDI	Carteira com rentabilidade baseada no CDI
CIBOV	Carteira com rentabilidade baseada no índice Ibovespa
MTP	Moderna Teoria do Portfólio

SUMÁRIO

1 INTRODUÇÃO	25
1.1 OBJETIVOS.....	26
1.1.1 Objetivo geral.....	27
1.1.2 Objetivos específicos.....	27
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	29
2.1 RETORNO	29
2.2 RISCO	31
2.3 BENCHMARKS	33
2.3.1 Índice Bovespa	33
2.3.2 Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI)	34
2.4 MODERNA TEORIA DO PORTFÓLIO (MTP).....	35
2.4.1 Teoria da Utilidade.....	35
2.4.2 Mercados Eficientes.....	36
2.4.3 Portfólio de Média Variância	36
2.5 CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA (CMV)	39
2.6 MEDIDAS DE DESEMPENHO.....	42
3 MÉTODO.....	41
4 DESENVOLVIMENTO.....	45
4.1 COLETA DE DADOS	43
4.2 OTIMIZAÇÃO DAS CARTEIRAS.....	45
4.3 CHECAGEM DE CONSISTÊNCIA.....	46
4.4 CÁLCULO DO VALOR DAS CARTEIRAS.....	48
4.4.1 Cálculo do valor da CMV com aportes mensais	50
4.4.2 Cálculo da CCDI com aportes mensais	59
4.4.3 Cálculo da CIBOV com aportes mensais.....	59
5 RESULTADOS.....	62

5.1	QUANTIDADE DE AÇÕES E ALOCAÇÃO MÉDIA	62
5.2	VOLATILIDADE E RETORNO.....	65
5.3	VALOR DAS CARTEIRAS.....	67
5.4	RESUMO DOS RESULTADOS	70
6	CONCLUSÕES	73
	REFERÊNCIAS	73
	APÊNDICE A - Ações que fizeram parte do índice Ibovespa entre janeiro de 2000 e dezembro de 2015	77
	APÊNDICE B - Pesos das ações na CMV por quadrimestre	81
	APÊNDICE C - Série temporal da CMV com aporte mensal	91
	APÊNDICE D - Série temporal da CCDI com aporte mensal	97
	APÊNDICE E - Série temporal da CIBOV com aportes mensais ...	103

1 INTRODUÇÃO

Nessa seção são apresentados o problema, a justificativa para a elaboração dessa pesquisa e os objetivos que ela almeja alcançar.

1.1 APRESENTAÇÃO DO PROBLEMA

Segundo o Departamento de Educação Financeira do Banco Central do Brasil (BCB, 2013), a redução da inflação possibilitou uma maior estabilidade econômica, levando a um desenvolvimento amplo do mercado financeiro. Através do mercado de capitais, o investidor tem disponíveis diversas opções de produtos financeiros, pois ele “[...] visa proporcionar liquidez aos títulos de emissão de empresas e viabilizar seu processo de capitalização” (BMF&BOVESPA, 2010).

Todo investidor busca a otimização de três aspectos básicos em um investimento: retorno, prazo e proteção. Ao avaliá-lo, portanto, deve estimar sua rentabilidade, liquidez e grau de risco. A rentabilidade está sempre associada ao grau de risco. Cabe ao investidor definir o risco que está disposto a correr em função de obter maior ou menor lucratividade (BMF&BOVESPA, 2010).

Investir em ações pode oferecer alto potencial de retorno, porém com risco elevado (THOMÉ et al, 2011). “Por se tratar de um mercado de risco com alta instabilidade, para investir em ações o investidor deve dispor de ferramentas [...] que o auxiliem na compra de ações[...]” e “obter uma composição de ativos para proporcionar melhores retornos em investimentos de alto risco é o objetivo de muitos investidores nos dias de hoje” (KAUPA; SASSI, 2011).

Segundo Magliano Filho (2002, apud PASSOS; PINHEIRO, 2009, p. 02), “no Brasil temos um número muito reduzido de pessoas que participam do mercado acionário”. De maneira geral, a maior parte do portfólio dos americanos está concentrada em ativos financeiros, o oposto do verificado no mercado brasileiro (CUTAIT, 2015). Isso se deve, em grande parte, porque os investimentos na bolsa de valores têm sido associados às incertezas e grandes riscos (PASSOS; PINHEIRO, 2009), e também devido à urgência e necessidade de serem desenvolvidas ações efetivas para minimizar o problema da falta de educação financeira (POTRICH et al., 2014). Em paralelo, Thomé et al. (2011) afirmam que a aversão à perda dos investidores e os resultados ruins de investimentos de alta volatilidade certamente afasta muitos deles do mercado de ações.

Uma pesquisa recente, realizada por pesquisadores da Fundação Getúlio Vargas (FGV), analisou as carteiras de investimentos dos brasileiros por meio do patrimônio declarado por candidatos a prefeitos e vereadores ao Tribunal Superior Eleitoral (TSE), e os dados mostraram baixa diversificação e uma alocação conservadora dos recursos (CUTAIT, 2015).

O estudo mostra que as aplicações financeiras correspondem a 15% do total da carteira média, sendo os títulos de renda fixa (CDBs, títulos públicos e privados) responsáveis por 4,40% da alocação dos recursos, e somente 0,73% dos investimentos em ações, 0,22% em fundos de ações e 0,01% em carteiras multimercados (CUTAIT, 2015).

Este trabalho visa, então, investigar o desempenho fora-da-amostra¹ de carteiras de investimentos que possam ser replicadas pelo investidor individual, pressupondo longo prazo (nesse caso, 16 anos), uma baixa quantidade de ativos, uma baixa frequência de rebalanceamento, restrição quanto à alavancagem e uma estratégia simples. Como *benchmarks*, o índice Ibovespa e o CDI são utilizados.

1.2 JUSTIFICATIVA

Tendo em vista esse contexto, um trabalho que tem por objetivo melhorar o processo decisório do investidor se justifica amplamente.

Assim, pretende-se contribuir para o desenvolvimento das capacidades do investidor em escolher de forma racional os ativos em que deposita sua confiança e expectativas, pois a falta de conhecimento de conceitos básicos sobre o tema, como os produtos disponíveis, suas taxas e riscos inerentes, podem levar a erros que afetam diretamente a qualidade de vida (BCB, 2013).

Em um contexto mais amplo, tem-se como meta uma melhoria global da situação econômica do país, pois segundo o Banco Central do Brasil (2013), a qualidade das decisões financeiras dos indivíduos tem a capacidade de afetar a economia como um todo.

1.3 OBJETIVOS

¹A expressão “fora-da-amostra” indica que o resultado é obtido em um período posterior ao do cálculo do vetor de pesos, como é o caso, por exemplo, da carteira formada em janeiro de 2000, utilizando dados históricos de 1997, 1998 e 1999, e tendo seu desempenho avaliado a partir de fevereiro de 2000.

Nessa seção são apresentados o objetivo geral e os objetivos específicos desse trabalho.

1.3.1 Objetivo geral

Analisar o desempenho da carteira de mínima variância.

1.3.2 Objetivos específicos

- a) Selecionar os ativos elegíveis e calcular o vetor de pesos das ações na carteira de mínima variância durante o período analisado;
- b) Simular o processo de investimento com aportes mensais das carteiras obtidas por meio da otimização;
- c) Comparar os principais indicadores de desempenho da carteira de mínima variância com o índice de mercado e o ativo considerado como livre de risco.

1.3.3

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

O presente capítulo discutirá as principais bases teóricas e conceitos utilizados na estruturação e desenvolvimento desse trabalho. Dessa maneira, abordará a relação entre risco e retorno de um investimento, a estimação da matriz de covariância, a moderna teoria do portfólio, a carteira de mínima variância e as medidas de desempenho utilizadas.

2.1 RETORNO

De acordo com Assaf Neto (2014, p. 269), “o retorno de um ativo pode ser entendido como um ganho (ou perda) de um investimento definido para certo período de tempo”, e é calculado, a partir de uma série histórica discreta, como:

$$R_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1 \quad (1)$$

Onde R_t é a taxa de retorno no período t e P_t, P_{t-1} são os valores dos ativos nos períodos t e $t - 1$.

O retorno de um conjunto de ativos, para um certo período de tempo, é definido como a média ponderada do retorno de cada ativo em relação a sua participação total na carteira e, dessa maneira, ficará entre o maior e o menor retorno dos ativos da carteira de investimentos, como mostrado:

$$R_{p(t)} = \sum_{j=1}^n (R_{j(t)} \times W_j) \quad (2)$$

Onde $R_{p(t)}$ é a taxa de retorno do portfólio no período t , n é o número de ações diferentes que compõem a carteira, $R_{j(t)}$ é o retorno do ativo j no período t e W_j é a proporção do capital total investido no ativo j .

Em função dos preços, pode-se ainda definir o retorno como:

$$R_p = \frac{\sum_{j=1}^i (P_{i(t)} \times n_i)}{\sum_{j=1}^i (P_{i(t-1)} \times n_i)} - 1 \quad (3)$$

Onde R_p é o retorno do portfólio, i é o número de ações diferentes que compõem a carteira, n_i é o número de ações do ativo i na carteira, $P_i(t)$ é o preço do ativo i no período t e $P_i(t-1)$ é o preço do ativo i no período $t - 1$.

As equações anteriores permitem calcular o retorno de um investimento ou conjunto de investimentos por meio de uma série histórica. Porém, Markowitz (1959, p. 14), diz que a seleção de um portfólio deve basear-se em crenças sensatas para o futuro, em vez de performances passadas *per se*.

Elton et al. (2012, p. 46) afirma que o retorno esperado tem que ser descrito como um conjunto de resultados e as probabilidades de ocorrência associadas a cada um, em consonância com Assaf Neto (2014, p. 269), que diz que o retorno esperado de um ativo é o retorno médio ponderado de todos os prováveis resultados de um investimento em diferentes cenários hipotéticos, e o define como (ASSAF NETO, 2012, p. 196):

$$E(R) = \bar{R} = \sum_{k=1}^n P_k \times R_k \quad (4)$$

Onde $E(R)$ e \bar{R} representam o retorno (valor) esperado, n é o número total de eventos possíveis, P_k é a probabilidade de ocorrência de cada evento e R_k é o valor de cada resultado considerado.

“O retorno esperado de uma carteira composta por mais de um ativo é definido pela média ponderada do retorno de cada ativo em relação a sua participação total na carteira (ASSAF NETO, 2014).” Inevitavelmente, o retorno de um portfólio está em algum ponto entre o maior e o menor retorno médio dos ativos que o compõem (MARKOWITZ, 1959, p. 15). Para uma carteira constituída por n ativos, o retorno esperado é obtido pela seguinte expressão: (ASSAF NETO, 2014, p. 208):

$$E(R_p) = \bar{R}_p = \sum_{j=1}^n R_j \times W_j \quad (5)$$

Onde $E(R_p)$ e \bar{R}_p são o retorno esperado ponderado da carteira (portfólio), n é o número total de ativos que compõem a carteira, W_j é a proporção do capital total investido no ativo j e R_j é o retorno esperado do ativo j .

2.2 RISCO

De acordo com Assaf Neto (2014, p. 282), “o conceito mais moderno de diversificação e risco de um portfólio é atribuído, em grande parte, a Harry Markowitz [...]”. Laureado com o prêmio Nobel de Economia de 1990, Markowitz (1952) criou um modelo matemático que considera que o investidor sempre buscará a relação otimizada entre risco e retorno, ou seja, para determinado retorno, ele alocará seus recursos na opção que trazer o menor risco.

De acordo com Markowitz (1959, p. 14), ativos também se diferenciam pela estabilidade de seus retornos. Não é só necessário medir o retorno médio, mas também é útil ter alguma medida de quanto os resultados variam em torno da média (ELTON et al., 2012, p. 48). Com isso, o risco pode ser entendido como uma medida de dispersão dos retornos.

Gitman (2008, p. 211), define o desvio padrão dos retornos de um ativo individual de acordo com a seguinte expressão:

$$\sigma_k = \sqrt{\frac{\sum_{j=1}^n (k_j - \bar{k})^2}{n-1}} \quad (6)$$

Onde σ_k é o desvio padrão dos retornos, n é o número total de períodos, k_j é o retorno do ativo no período j e \bar{k} é a média dos retornos durante os períodos de 1 até n .

Assim como o desvio padrão, a variância dos retornos também pode ser utilizada como uma medida de risco, dada por:

$$Var = \sigma_k^2 \quad (7)$$

Para Assaf Neto (2014, p. 278), por meio da diversificação é possível esperar que ativos com algum nível de com risco possam ser combinados em um portfólio, de forma a se esperar um risco menor que aquele calculado para cada um de seus componentes. Assim, modelos que se prestam a apoiar à decisão de alocação de capital em investimentos procuram identificar a melhor combinação possível de ativos, de acordo com as expectativas do investidor com relação ao risco e retornos (ASSAF NETO, 2014, p. 281).

Markowitz (1952) mostra também que a regra do retorno-variância do retorno não implica somente na diversificação, mas

também na diversificação pelo “motivo correto”. “É necessário evitar investimentos em ativos com alta covariância entre si” (MARKOWITZ, 1952).

Sendo assim, o desvio padrão do retorno de um portfólio não é determinado somente pelos desvios padrões de seus ativos individuais. Ele também depende da correlação entre ativos. O coeficiente de correlação mede o grau em que duas séries de números tendem a mover-se para cima e para baixo juntas (MARKOWITZ, 1959, p. 19).

Assaf Neto (2014, p.280) define o risco de uma carteira constituída por dois ativos X e Y de acordo com a seguinte expressão:

$$\sigma_p = [(W_X^2 \times \sigma_X^2) + (W_Y^2 \times \sigma_Y^2) + 2 \times W_X \times W_Y \times COV_{X,Y}]^{1/2} \quad (8)$$

Onde W_X e W_Y são a participação do ativos X e Y na carteira, σ_X^2 e σ_Y^2 são as variâncias dos retornos dos ativos X e Y e $COV_{X,Y}$ é a covariância entre os ativos X e Y.

Assim, pode-se observar que o desvio-padrão da carteira depende não somente dos desvios-padrão dos ativos de forma individual, mas também da maneira como os retornos variam entre si. A covariância entre os ativos A e B então é definida uma medida de como as variáveis X e Y se movimentam simultaneamente em torno de seus valores médios, e pode ser calculada como:

$$COV_{A,B} = \frac{\sum_{k=1}^n (R_A - \bar{R}_A) \times (R_B - \bar{R}_B)}{n} \quad (9)$$

Sendo n o número total de períodos, R_A e R_B o retorno dos ativos A e B no período k e \bar{R}_A e \bar{R}_B a média dos retornos desses ativos. A interpretação dos valores de covariância, segundo Assaf Neto (2014) é descrita a seguir:

- $COV > 0$: Os ativos têm taxas de retorno que apresentam a mesma tendência, ou seja, o desempenho de um título acompanha o outro na valorização e na desvalorização;
- $COV = 0$: Não existe uma correlação observável entre os retornos dos ativos;
- $COV < 0$: Os retornos dos ativos apresentam relações inversas, ou seja, quando um valoriza, o outro tende a perder valor.

Outro conceito relacionado ao grau de relacionamento entre duas variáveis é a correlação, variando de -1 (negativamente

correlacionadas) até 1 (positivamente correlacionadas), e definido Assaf Neto (2014, p. 281) como:

$$CORR_{X,Y} = \frac{COV_{X,Y}}{\sigma_X \times \sigma_Y} \quad (10)$$

Então o desvio padrão de uma carteira com n ativos, como proposto por Markowitz (1952), é dado por:

$$\sigma_P = \left[\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n W_i W_j CORR_{i,j} \sigma_i \sigma_j \right]^{1/2} \quad (11)$$

Exemplificando, o cálculo do desvio padrão de uma carteira com três ativos, X, Y e Z, é feito da seguinte maneira:

$$\sigma_P = \left[\begin{array}{l} [(W_X^2 \times \sigma_X^2) + (W_Y^2 \times \sigma_Y^2) + (W_Z^2 \times \sigma_Z^2)]^{1/2} \\ + (2 \times W_X \times W_Y \times COV_{X,Y}) \\ + (2 \times W_X \times W_Z \times COV_{X,Z}) \\ + (2 \times W_Z \times W_Y \times COV_{Z,Y}) \end{array} \right] \quad (12)$$

2.3 BENCHMARKS

Para a comparação dos resultados da CMV são também analisados, durante o mesmo período, o comportamento do CDI, considerado o ativo livre de risco, e do Ibovespa, um importante índice de mercado, que são descritos a seguir.

2.3.1 Índice Bovespa

O índice Bovespa, também conhecido como Ibovespa, é uma carteira teórica de ativos que é elaborada de acordo com uma série de critérios definidos pela empresa BM&FBOVESPA, de modo a representar o desempenho médio dos ativos mais representativos na Bolsa de Valores de São Paulo.

Os principais critérios garantem a inclusão de ativos com uma boa liquidez, enquanto excluem empresas em situação de risco ou incerteza como, por exemplo, recuperação judicial ou regime especial de administração temporária (BM&FBOVESPA, 2016).

Trata-se de um índice de retorno total, ou seja, reflete não somente as variações dos preços, mas também considera o impacto dos

proventos na rentabilidade. A ponderação dos ativos na carteira teórica é feita por meio do valor de mercado dos ativos em circulação de mesma classe. (BM&FBOVESPA, 2014).

A reavaliação quanto à presença das ações no índice é feita quadrimestralmente segundo seus procedimentos metodológicos, sendo a vigência de janeiro a abril, de maio a agosto e de setembro a dezembro

2.3.2 Certificado de Depósito Interfinanceiro (CDI)

O Certificado de Depósito Interfinanceiro², ou CDI, é um título negociado por bancos e instituições financeiras, a fim equilibrar suas reservas por meio de empréstimo de outras organizações dessa mesma natureza. Geralmente é de curto prazo, conhecido como *overnight*. Em paralelo, Assaf Neto (2014) define CDI como títulos que lastreiam operações do mercado interfinanceiro, sendo isento de impostos (IR e IOF) e definido pela taxa de *overnight*.

Essas transações podem ser feitas com títulos privados ou públicos. Quando as trocas de reservas ocorrem feitas por meio de títulos públicos e tem duração de um dia, as mesmas são negociadas e registradas no Selic (Sistema Especial de Liquidação e Custódia). A média ponderada das taxas praticadas dá origem à Taxa Selic Over, de onde deriva a Taxa Selic, considerada a taxa de juros básica da economia.

Quando as trocas são de títulos privados, ocorrem por meio da Cetip (Central de Custódia e de Liquidação Financeira de Títulos privados), o que dá origem à Taxa CDI (INVESTPEDIA, 2016). Assim, a Taxa Selic e a Taxa CDI, por representarem negociações de títulos de curtíssimo prazo e muito líquidos, têm um valor muito próximo e são consideradas livres de risco.

O CDI só pode ser negociado entre bancos e instituições financeiras e, apesar de não disponível diretamente ao público, muitas vezes é usado como base para o cálculo da rentabilidade do CDB³ (Certificado de Depósito Bancário), que são títulos emitidos pelos bancos e que podem ser vendidos aos investidores individuais. No caso de títulos públicos, há os indexados à Taxa Selic que são negociados pelo Tesouro Direto e estão disponíveis para a compra por pessoas físicas.

² O CDI também é conhecido como Certificado de Depósito Interbancário

³ Ao contrário do CDI, o CDB é passível de cobrança de impostos (IR e IOF).

2.4 MODERNA TEORIA DO PORTFÓLIO (MTP)

De acordo com Statman (2008), as finanças tradicionais, também conhecidas como moderna teoria do portfólio (MTP), tem quatro alicerces fundamentais: (1) investidores são racionais; (2) mercados são eficientes; (3) investidores devem projetar suas carteiras de acordo com as regras do portfólio de variância média, e assim as implementarem e (4) os retornos esperados são função somente do risco. Nas seções seguintes, falaremos de cada um desses alicerces.

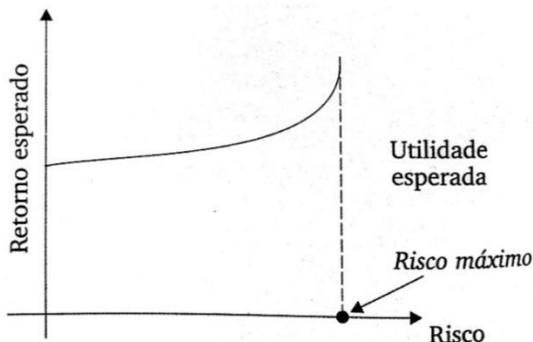
2.4.1 Teoria da Utilidade

Assaf Neto (2012, p. 37) afirma que a teoria da utilidade descreve um processo racional de decisão de um investidor submetido a questões envolvendo diferentes intensidades de risco e retorno esperado e, que em condições de incerteza, o investidor racional sempre deve ser avesso ao risco. Destaca, ainda, que importantes modelos de risco adotados em finanças foram desenvolvidos supondo investidores com aversão ao risco.

Das et al. (2010), em consonância, afirmam que investidores de variância média são sempre avessos ao risco, ainda que exista a possibilidade de investidores que procuram o risco (*risk seeking*).

A fig. 1 ilustra isso. Conforme o risco se eleva, o investidor passa a exigir retornos esperados cada vez maiores como compensação, até que atinge o nível máximo de risco a que se submete, ponto a partir do qual prefere não mais investir.

Figura 1 – Utilidade do investidor avesso ao risco



Fonte: Assaf Neto (2010)

2.4.2 Mercados Eficientes

Eugene Francis Fama (1970) formalizou o conceito de mercado eficiente em seu artigo “*Efficient capital markets: a review of theory and empirical work*”. De acordo com Elton et al. (2012, p. 398) “quando alguém se refere a mercados de capital eficientes, isso quer dizer que os preços dos valores mobiliários refletem plenamente toda a informação disponível”. Em consonância, Van Horne (1998, apud ASSAF NETO, 2012, p. 79) afirma que no contexto de um mercado financeiro eficiente, o valor de um ativo é reflexo do consenso dos participantes com relação a seu desempenho esperado.

Segundo Macedo (2008, p. 38), Fama constatou, através de testes empíricos, que os preços das ações pareciam mudar aleatoriamente de um período para o seguinte. O autor complementa, dizendo que quando os preços descrevem um caminho aleatório, a melhor previsão para o preço futuro de um ativo é seu preço atual.

Damodaran (1996, apud ASSAF NETO, 2012, p. 79) coloca que a eficiência de mercado não significa que o preço de mercado de um ativo e seu valor real sejam iguais, mas sim que seus desvios sejam aleatórios, com igual probabilidade de sub ou supervalorização em qualquer momento. Além disso, é preciso que não haja correlação desses ativos com qualquer outra variável. “Se os preços de um ativo em um dado período são dependentes de seus retornos anteriores ou posteriores, a série de preços não descreve um caminho aleatório (MACEDO, 2008, p. 38).”

2.4.3 Portfólio de Média Variância

Harry Max Markowitz (1952) teve um papel seminal para as finanças tradicionais. Em seu amplamente difundido artigo “*Portfolio selection*”, define como regra que o investidor considera o retorno esperado como uma coisa desejável, e a variância dos retornos uma coisa indesejável, transformando o processo de alocação de ativos, segundo Caldeira et al. (2013), “[...] em um problema de otimização com base no *trade-off* fundamental entre retorno esperado e risco”.

Esse modelo parte da premissa básica que o investidor racional pode ter suas preferências representadas como uma combinação de expectativas de retorno e variância (CALDEIRA et al., 2014). Assim, é esperado que o investidor escolha a carteira de menor risco para

determinado nível de retorno ou, de forma equivalente, para determinada aversão ao risco, a carteira de preferência seja a com o maior retorno possível (CALDEIRA et al., 2013).

De acordo com Das (2010), a otimização canônica da teoria da variância média compreende minimizar a variância de um portfólio, sujeito a i) alcançar um nível de retorno esperado e ii) estar totalmente investido.

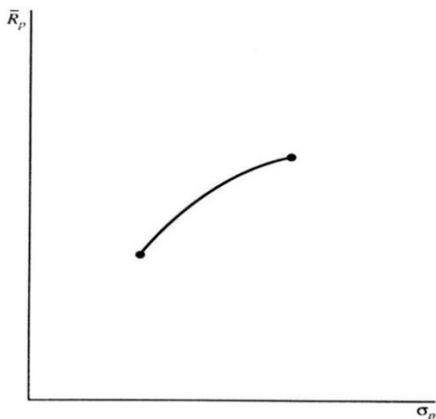
$$\min_w w' \Sigma w, \text{ sujeito a } E = w' \mu \text{ e } w' \mathbf{1} = 1 \quad (13)$$

Onde $w \in R^n$ é o vetor dos pesos no portfólio dos n ativos, $\Sigma \in R^{n \times n}$ é a matriz de covariância dos retornos dos ativos elegíveis, $\mu \in R^n$ é o vetor dos n retornos esperados e $\mathbf{1} \in R^n$ é o vetor unitário.

Rubesam e Beltrame (2013) sugerem que quando se deseja que não haja posições vendidas, o seja, não se permite alavancagem, adiciona-se a restrição $w_i \geq 0 \forall i$, sendo w_i o peso do i -ésimo ativo no portfólio.

A solução deste problema para todos os valores de retorno esperado gera a fronteira eficiente (RUBESAM; BELTRAME, 2013), em que cada ponto se refere a um par de risco e retorno. Assim, o conjunto eficiente consiste na curva de envoltório externo de todas as carteiras que estão entre a carteira de variância mínima global (aquela mais à esquerda) e a carteira de máximo retorno (ELTON et al., 2012). Na fig. 2 está a representação da fronteira eficiente, sendo \bar{R}_p o retorno esperado e σ_p o desvio padrão do portfólio.

Figura 2 - A fronteira eficiente



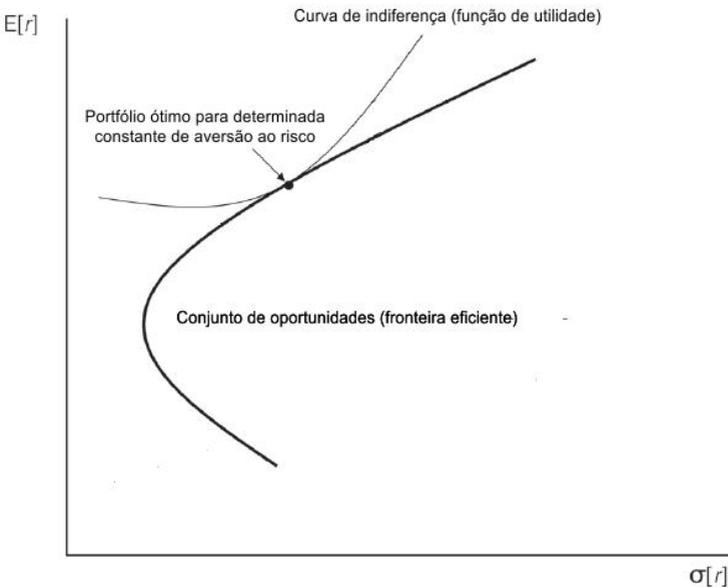
Fonte: Elton et al. (2012)

De acordo com Elton et al. (2012, p.7), para a análise de um problema de investimentos, são necessários dois componentes para chegar a uma solução: uma representação de escolhas disponíveis para o investidor – chamada de conjunto de oportunidades – e uma representação dos gostos e preferências do investidor – denominadas curvas de indiferença ou de utilidade.

Assim, as funções de utilidade são também chamadas de curvas de indiferença, e isso se deve ao fato de que as curvas são construídas de tal modo que em todos os pontos ao longo da mesma curva o investidor está igualmente contente. Ainda segundo os autores (p. 233), todas as funções de utilidade têm uma constante que serve para especificar o procedimento entre risco e retorno, que é denominada de coeficiente de aversão ao risco.

A fig. 3 exemplifica a escolha do portfólio ótimo, para determinada magnitude de aversão ao risco. Dado um universo infinito de portfólios que fazem parte da fronteira eficiente, a relação entre risco, $\sigma[r]$, e retorno esperado, $E[r]$, escolhida deve ser a que é tangente à curva de indiferença do investidor racional.

Figura 3 - Seleção do portfólio ótimo



Fonte: Adaptado de Das et al. (2010)

2.5 CARTEIRA DE MÍNIMA VARIÂNCIA (CMV)

Santos (2008) afirma que, a fim de implementar a otimização de variância média na prática, é necessário estimar médias e covariâncias dos retornos dos ativos e, em seguida, conectar esses estimadores em uma solução analítica ou numérica para o problema de otimização do investidor, e complementa que isso leva a um importante inconveniente da abordagem de média variância: os erros de estimação.

De acordo com Rubesam e Beltrame (2013), o erro de estimação, principalmente dos retornos médios, possui um grande impacto na escolha dos pesos, o que faz com que o desempenho dessas carteiras seja ruim nos períodos subsequentes. Santos e Tessari (2012) afirmam que existe uma certa relutância entre os gestores de recursos em adotar uma estratégia quantitativa de otimização porque, na prática, a implementação esbarra na dificuldade e se obter estimações acuradas dos retornos esperados dos ativos e da matriz de covariância desses retornos.

Jagannathan e Ma (2003) argumentam que, como os erros de estimação para os retornos esperados são muito maiores do que os erros na estimação da matriz de covariâncias, a estabilidade na carteira de mínima variância tende a ser maior do que nas outras carteiras da fronteira eficiente.

As autores sugerem, então, que pode ser preferível ignorar as estimativas com relação ao retorno esperado, utilizando somente a matriz de covariância para a composição da carteira. Nesse caso, a única carteira na fronteira eficiente que pode ser determinada é a carteira de variância mínima global, o ponto mais à esquerda da fronteira eficiente (RUBESSAM; BELTRAME, 2013).

Rubessam e Beltrame (2013) concluem empiricamente que a CMV obtida com métodos simples de estimação da matriz de covariância, como a covariância amostral, possuem desempenho comparável ou superior a todos os *benchmarks* considerados, tais como o IBOVESPA e o CDI.

Além disso, os autores afirmam que o pequeno número de ações na CVM faz com que a estratégia possa ser implantada pelo investidor individual, em paralelo com Santiago e Leal (2014), que argumentam que pode ser difícil para o investidor individual gerenciar uma carteira com um número elevado de ações, e por isso investigam o desempenho de carteiras pequenas e formadas por critérios simples.

A carteira de mínima variância global, ou carteira de variância mínima (CVM), é a carteira mais à esquerda da fronteira eficiente. De acordo com Santos e Tessari (2012), ela pode ser calculada a partir da resolução do seguinte problema de mínima-variância:

$$\min_w w' \Sigma w, \text{ sujeito a } w' \mathbf{1} = 1 \quad (14)$$

Onde $w \in R^n$ é o vetor dos pesos no portfólio dos n ativos, $\Sigma \in R^{n \times n}$ é a matriz de covariância dos retornos dos ativos elegíveis e $\mathbf{1} \in R^n$ é o vetor unitário.

Um fato relevante a ser notado é que a estimação CVM não leva em consideração os retornos esperados, que segundo Caldeira et al. (2014) faz com que ela seja menos sensível aos erros de estimação. Além disso, Thomé (2011) destaca que a CMV é independente da função de utilidade do investidor, que é diferente para cada indivíduo. Quando se supõe que os retornos esperados são iguais para todos os períodos, DeMiguel et al. (2009) mostram que a CMV está de acordo com a estrutura da utilidade esperada da variância média sendo, assim, um caso especial desse modelo.

3 MÉTODO

O trabalho aqui proposto trata-se de uma simulação (*backtest*) de desempenho fora-da-amostra⁴ de carteiras de investimento. O processo de simulação parte das seguintes entradas:

- Identificação das ações compõem a carteira teórica do índice Ibovespa no início de cada quadrimestre, de janeiro de 2000 até dezembro de 2015;
- Coleta de dados de cotações de fechamento diárias das ações elegíveis, do índice de mercado e do CDI.

Para o atingimento dos objetivos propostos, o trabalho utilizou principalmente dois *softwares*: o Economática® e o Microsoft Excel®.

O Economática® foi usado para:

- Extração dados de cotação dos ativos, por meio do banco de dados atualizado;
- Cálculo do vetor de pesos das de carteiras otimizadas, por meio do módulo de otimização de carteiras;
- Cálculo dos itens de desempenho da carteira hipotética, por meio do módulo de carteiras hipotéticas.

O Microsoft Excel® foi usado para:

- Desenvolvimento de planilhas para cálculo dos indicadores de desempenho das estratégias de investimento;
- Plotagem de gráficos e montagem de tabelas.

A identificação das ações elegíveis, ou seja, que fazem parte do índice Ibovespa no início de cada quadrimestre, foi feita por meio de consulta ao *site* da Bolsa de Valores, Mercadorias e Futuros (BM&FBovespa). Os dados com relação às cotações de fechamento das ações elegíveis, o índice de mercado e o CDI foram coletados do *software* Economática®.

⁴ A expressão “fora-da-amostra” indica que o resultado é obtido em um período posterior ao do cálculo do vetor de pesos, como é o caso, por exemplo, da carteira formada em janeiro de 2000, utilizando dados históricos de 1997, 1998 e 1999, e tendo seu desempenho avaliado a partir de fevereiro de 2000.

A análise se dará com rebalanceamento quadrimestral, sempre quando é divulgada a lista de novas ações que compõem o índice. Para cada período, foram executadas as seguintes tarefas:

- Estimar a matriz de covariância utilizando dados históricos, por meio do Economática®.
- Obter, com o uso do Economática®, as alocações de ativos nas carteiras por meio da solução do problema de otimização;
- Medir o desempenho das carteiras no período subsequente;
- Deslocar a janela de tempo móvel um período.

Uma vez obtidas as carteiras, seus desempenhos foram aferidos no período subsequente. Os preços das ações são ajustados para proventos ao final de cada período, íterim pelo qual a carteira permanece com a alocação constante. Outras medidas de desempenho são avaliadas, tais como volatilidade, perda máxima e *turnover*. Todos os indicadores foram calculados com o uso do Excel.

O procedimento é repetido “rolando” a janela de estimação para frente um período, incluindo os dados mais recentes e eliminando os mais antigos. Após a estimativa do desempenho em cada período ter sido obtida, foram calculados os indicadores que agregam todo o tempo de investimento, o período de 16 anos.

3.1 MEDIDAS DE DESEMPENHO

Valores absolutos dificilmente podem apoiar uma decisão. Nesse caso, a comparação com outras alternativas se faz necessária. Para a comparação dos resultados obtidos, são auferidas medidas de desempenho para os portfólios analisados. São elas:

- Quantidade de ações média e por período;
- Valor mensal acumulado e valor final da carteira;
- Retorno médio mensal e anualizado;
- Desvio padrão (volatilidade) dos retornos, mensal e anualizada.

O indicador quantidade de ações se refere aos ativos que foram selecionados pelo modelo de otimização para a CMV e aos ativos componentes do índice Bovespa em cada quadrimestre. Ele será determinado com base mensal, e terá sua média estimada para o período total.

O valor mensal acumulado é a soma do aporte mensal e da valorização ou desvalorização do valor já investido. Os retornos mensais

são obtidos com o uso da eq. 3 e tem seu desvio padrão e média calculados. O retorno médio anualizado é obtido de acordo com a expressão:

$$\bar{R}_{anual} = (1 + \bar{R}_{mensal})^{12} - 1 \quad (15)$$

Onde \bar{R}_{anual} e \bar{R}_{mensal} representam os retornos médios mensais e anuais. Já a volatilidade anualizada é com o uso da seguinte expressão:

$$\sigma_{anual} = \sigma_{mensal} \times \sqrt{12} \quad (16)$$

Onde σ_{anual} é a volatilidade anualizada e σ_{mensal} é o desvio padrão dos retornos mensais.

3.2 COLETA DE DADOS

Como descrito no capítulo anterior, os dados de entrada necessários são as ações componentes do índice Ibovespa no começo de cada quadrimestre e as seus preços de fechamento, ajustados por proventos, inclusive dividendos, no primeiro dia útil de cada mês, no período de janeiro de 2000 até dezembro de 2015, além das taxas mensais do CDI e o valor mensal da carteira teórica do Ibovespa.

O histórico de ações componentes do índice Ibovespa no início de cada quadrimestre (janeiro, maio e setembro) foram obtidas por meio de solicitação direta à BM&FBOVESPA, pois, apesar do dado ser aberto ao público, não consta no sítio eletrônico da empresa, que disponibiliza somente a composição vigente.

Com isso, foi construído um banco de dados empilhado de todas as composições do período analisado e, com a função *Remove Duplicatas* do Excel, foi obtida uma lista de todas as ações que, por pelo menos um quadrimestre, fizeram parte do índice, num total de 167 ativos diferentes, listados no Apêndice A.

Para a coleta das cotações mensais, a lista de ativos elegíveis foi incluída no Economática® por meio de uma funcionalidade chamada *Screening* (ou *Stock Guide*, em versões anteriores do *software*). A funcionalidade *Screening* consiste em uma planilha que tem em sua coluna da esquerda uma lista de todos os ativos constantes no sistema, assim como índices de câmbio e inflação, e possibilita a inclusão de colunas com quaisquer das informações disponíveis no banco de dados (ECONOMÁTICA, 2016).

Para que na lista completa de ações só constasse as que tiveram alguma participação no índice no período analisado, foi feita uma filtragem, que consiste em eliminar da planilha todos os itens que não fossem necessários. Nesse processo, foram encontradas 26 ações (15,6% do total de 167) que, apesar de terem feito parte do índice, não constavam no banco de dados do Economática® e, por isso, não foram consideradas na formação das carteiras otimizadas. São elas:

Tabela 1 – Ações que compuseram o Ibovespa e não constam no banco de dados do Economática®

Empresa	Código	Empresa	Código
BRAHMA	BRHA4	TELE CTR SUL	TCSP3
BRASMOTOR	BMTO4	TELE CTR SUL	TCSP4
CELESC	CLSC6	TELESP CL PA	TSPP3
CESP	CESP4	TELESP CL PA	TSPP4
COPENE	CPNE5	GERDAU	COGU4
GERASUL	GRSU3	TELE CL SUL	TCSL3
ITAUBANCO	ITAU4	BRASIL TELEC	BRT04
KLABIN	KLAB4	PERDIGAO S/A	PRGA3
LIGHT	LIGH3	ELETROPAULO	ELPL6
TELEPAR	TEPR4	P.ACUCAR-CBD	PCAR5
TELERJ	TERJ4	V C P	VCPA3
TELESP	TLPP4	LLX LOG	LLXL3
GLOBO CABO	PLIM4	ECODIESEL	ECOD3

Fonte: Autor

Com a lista de ações montada, num total de 141 ativos (167 elegíveis menos os 26 que não constavam no banco de dados), foram incluídas colunas com as cotações de fechamento, ajustadas por proventos, do primeiro dia útil de cada um dos 192 meses (período de 16 anos) a serem analisados. A tabela foi exportada para o Excel.

Além dos dados referentes às ações, foram coletados também os dados referentes aos *benchmarks* CDI e índice Ibovespa. As taxas efetivas mensais do CDI foram extraídas do banco de dados do Economática®, enquanto os dados referentes ao desempenho do Ibovespa foram coletados diretamente do sítio eletrônico da empresa BM&FBOVESPA, na seção de estatísticas históricas de índices amplos. Os dados usados foram os de valor de mercado, em base mensal, da carteira teórica.

4 DESENVOLVIMENTO

O capítulo presente se propõe a aplicar o método proposto na seção anterior, portanto será estratificado nas etapas de coleta de dados, tratamento dos dados, aplicação do modelo de otimização e cálculo dos indicadores de desempenho.

4.1 OTIMIZAÇÃO DAS CARTEIRAS

A etapa presente consiste na formação das carteiras de mínima variância, que terão seu desempenho avaliado. A composição das carteiras pressupõe uma otimização, que deve ter como entradas:

- Lista de ações elegíveis;
- Período para cálculo das correlações;
- Data final do período;
- Tolerâncias quanto à ausência de dados;
- Retorno projetado;
- Imposição de restrições.

Para gerar a lista de ações elegíveis, ou seja, as ações componentes do índice na data de referência e constantes no banco de dados do Economática®, foram montadas telas de Screening correspondentes a cada quadrimestre do período analisado, num total de 48 composições diferentes.

Para cada uma dessas listas de ações elegíveis, foi executado o módulo de Otimização de Carteiras, com o objetivo de compor a carteira de mínima variância. As configurações escolhidas para a otimização são descritas a seguir:

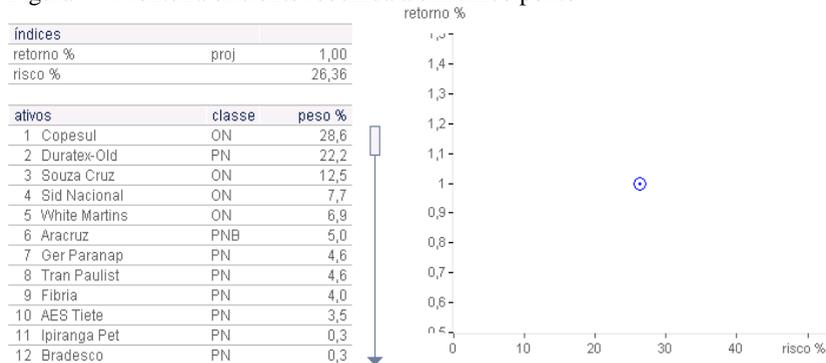
- Período para cálculo das correlações: 36 meses;
- Data final do período: primeiro dia útil do mês em que inicia o quadrimestre (para o quadrimestre compreendido entre janeiro e abril de 2000, por exemplo, a data final selecionada foi 03/01/2000);
- Tolerância quanto à ausência de dados: para ativos em que faltavam cotações no período de 36 meses usado para cálculo de correlações, foi considerada uma tolerância mínima de 10%, ou seja, deveriam constar dados por um período de, no mínimo,

3,6 meses. Caso isso não fosse possível, a ação era considerada inelegível naquele quadrimestre;

- Retorno projetado: como já elucidado no referencial teórico, a CMV considera o retorno de todos os ativos como sendo iguais. Dessa maneira, a coluna de cotação alvo poderia ser preenchida com qualquer valor, desde que fossem os mesmos. Isso faz com que a fronteira eficiente se reduza a um único ponto. Havia ainda a possibilidade de considerar o retorno esperado como a média histórica dos retornos, e contabilizar a carteira mais a esquerda da fronteira eficiente;
- Imposição de restrições: a única restrição imposta foi a impossibilidade de posições vendidas, ou seja, a alocação mínima em determinado ativo era zero.

A fig.4 ilustra a fronteira eficiente gerada em janeiro de 2000, reduzida a um único ponto, quando os retornos esperados são considerados todos iguais a 1%.

Figura 4 - Fronteira eficiente reduzida a um único ponto



Fonte: Autor

Ao final dessa etapa, obteve-se o total de 48 carteiras de mínima variância, que foram usadas para o rebalanceamento mensal e determinação dos indicadores de desempenho. Porém, para a determinação final das composições, foi necessário realizar uma checagem de consistência, descrita na seção que segue.

4.2 CHECAGEM DE CONSISTÊNCIA

O procedimento seguinte consistiu de um *check*, em que se observou se existia cotação para os ativos que era necessário comprar e vender, nas respectivas datas, de acordo com as ações que compunham cada uma das CMV em cada mês. Um exemplo ilustrativo será usado para elucidar o processo de checagem.

A CMV obtida em janeiro de 2000, por meio da otimização, está representada na tab. 2:

Tabela 2 - Composição da CMV para o primeiro quadrimestre de 2000

Código	Peso [%]
CPSL3	28,57
DURA4	22,19
CRUZ3	12,49
CSNA3	7,66
WHMT3	6,87
ARCZ6	5,04
GEPA4	4,58
TRPL4	4,58
VCPA4	3,95
GETI4	3,47
PTIP4	0,31
BBDC4	0,29

Fonte: Autor

Como a composição da carteira é obtida quadrimestralmente, o vetor de pesos deveria se manter constante até o primeiro dia útil de maio de 2000, quando a CMV seria recalculada com as ações elegíveis do período, assim como uma nova data final para as cotações utilizadas no cálculo da matriz de covariância.

Porém foi constatado que em abril não existiam cotações para o ativo GEPA4 e, dessa forma, não havia uma maneira de estimar o valor de compra ou venda. Isso ocorreu porque o ativo deixou de ser negociado durante o quadrimestre. Assim, foi considerado que a cotação de fechamento para abril, mês em que deveria ser comprada, e em maio, mês em que seria vendida, era a média dos fechamentos dos últimos três meses que apresentavam valores.

A mesma situação se repetiu por mais dez vezes, em datas diferentes, e a mesma solução foi adotada. A próxima tab. 3 mostra todas os ativos que tiveram seus preços estimados durante o período analisado.

Tabela 3 - Ações que pararam de ser negociadas durante o quadrimestre em que compunham uma CMV

Código	Mês	Ano
GEPA4	Abril	2000
WHMT3	Mai	2000
BRDT4	Março	2003
TLCP4	Abril	2006
ARCE3	Julho	2006
EMBR4	Julho	2006
ARCE3	Julho	2007
ARCE3	Agosto	2007
RDCD3	Novembro	2012
RDCD3	Dezembro	2012
AMBV4	Dezembro	2013

Fonte: Autor

Assim, a ação BRDT4, por exemplo, que não tinha cotação disponível para o primeiro dia útil de março de 2003, pois deixou de ser negociada, teve seus preços estimados para março, abril e maio de 2003, porque fazia parte da CMV nos meses de março e abril e foi vendida em maio.

4.3 CÁLCULO DO VALOR DAS CARTEIRAS

Três carteiras tiveram seu valor mensal calculado nos 192 meses analisados, considerando aplicações mensais de R\$1000,00 de janeiro de 2000 até dezembro de 2015. As carteiras simuladas foram:

- Carteira de mínima variância (CMV) com cálculo quadrimestral dos pesos (por meio de otimização) e rebalanceamento mensal;
- Carteira com rentabilidade baseada no CDI (CCDI);
- Carteira com rentabilidade baseada no índice Ibovespa (CIBOV).

As seções a seguir descrevem os cálculos efetuados para simular o valor das carteiras citadas acima.

4.3.1 Cálculo do valor da CMV com aportes mensais

Os cálculos referentes ao valor da CMV foram conduzidos de forma a simular a maneira que o investidor agiria em uma situação real. Assim, as etapas do cálculo são explicadas por meio do exemplo que segue.

Em janeiro de 2000 o primeiro valor do aporte mensal, de R\$ 1000,00, foi distribuído conforme os pesos sugeridos pelo processo de otimização, conforme a tab. 4:

Tabela 4 – Número de ações compradas em janeiro de 2000

Código	Peso [%]	Alocação em jan/2000	Cotações em jan/2000	# de ações compradas em jan/2000 ⁵
CPSL3	28,6	R\$ 285,70	R\$ 3,72	76,8
DURA4	22,2	R\$ 221,90	R\$ 3,96	56,0
CRUZ3	12,5	R\$ 124,90	R\$ 0,61	206,1
CSNA3	7,7	R\$ 76,60	R\$ 0,50	152,4
WHMT3	6,9	R\$ 68,70	R\$ 1,24	55,4
ARCZ6	5,0	R\$ 50,40	R\$ 3,15	16,0
GEPA4	4,6	R\$ 45,80	R\$ 2,36	19,4
TRPL4	4,6	R\$ 45,80	R\$ 1,66	27,5
VCPA4	4,0	R\$ 39,50	R\$ 12,15	3,3
GETI4	3,5	R\$ 34,70	R\$ 0,50	68,9
PTIP4	0,3	R\$ 3,10	R\$ 6,35	0,5
BBDC4	0,3	R\$ 2,90	R\$ 1,62	1,8

Fonte: Autor

O valor total da carteira, no primeiro dia útil de janeiro de 2000 era, então, R\$1000,00. No primeiro dia útil de fevereiro, o valor da carteira foi reavaliado em R\$980,70, tendo em vista a variação de preços dos ativos, conforme mostra a tab. 5:

⁵ Como pode ser observado, assumiu-se a possibilidade de comprar frações de ações. Apesar de isso não ser factível no mundo real, a premissa foi adotada de forma a manter os aportes mensais constantes.

Tabela 5 – Reavaliação do valor da carteira de ações

Código	# de ações compradas em jan/2000	Cotação em fev/2000	Valor em fev/2000
CPSL3	76,8	R\$ 3,52	R\$ 270,66
DURA4	56,0	R\$ 5,00	R\$ 280,29
CRUZ3	206,1	R\$ 0,51	R\$ 105,79
CSNA3	152,4	R\$ 0,39	R\$ 59,29
WHMT3	55,4	R\$ 1,32	R\$ 73,10
ARCZ6	16,0	R\$ 2,65	R\$ 42,44
GEPA4	19,4	R\$ 2,01	R\$ 39,06
TRPL4	27,5	R\$ 1,37	R\$ 37,80
VCPA4	3,3	R\$ 9,19	R\$ 29,88
GETI4	68,9	R\$ 0,53	R\$ 36,27
PTIP4	0,5	R\$ 6,59	R\$ 3,21
BBDC4	1,8	R\$ 1,63	R\$ 2,91
Total			R\$ 980,70

Fonte: Autor

Com o novo aporte de R\$1000,00 previsto para fevereiro de 2000, o valor total disponível é de R\$ 1980,70, que deve ser rebalanceado de acordo com os pesos sugeridos pela otimização. A distribuição fica, então, como mostrado na tab. 6:

Tabela 6 – Rebalançamento da CMV em fevereiro de 2000

Código	Peso	Alocação em fev/2000	
CPSL3	28,6	R\$	565,89
DURA4	22,2	R\$	439,52
CRUZ3	12,5	R\$	247,39
CSNA3	7,7	R\$	151,72
WHMT3	6,9	R\$	136,07
ARCZ6	5,0	R\$	99,83
GEPA4	4,6	R\$	90,72
TRPL4	4,6	R\$	90,72
VCPA4	4,0	R\$	78,24
GETI4	3,5	R\$	68,73
PTIP4	0,3	R\$	6,14
BBDC4	0,3	R\$	5,74
Total		R\$	1.980,70

Fonte: Autor

Tendo essas etapas em vista, a tab. 7 a seguir mostra, de forma agrupada, todos os dados que são utilizados para a simulação do processo de compra e venda. Com o número de ações acumuladas no mês anterior, faz-se a verificação do valor das ações no mês de referência, soma-se ao aporte mensal e distribui-se de acordo com a alocação imposta pelo vetor de pesos da CMV.

As transações necessárias são a diferença entre o que se tem, em termos de valor financeiro, e o que se deseja ter, para alcançar a alocação necessária. O número de ações negociadas no mês de referência é então somado às ações que já estavam acumuladas no mês anterior, obtendo a quantidade de ações que terão seu valor reavaliado no mês posterior.

Tabela 7 – Simulação do processo de compra e venda de ações entre janeiro e fevereiro de 2000

Código	Ações acumuladas até jan/2000	Cotação em fev/2000	Valor das ações em fev/2000	Alocação necessária	Transação necessária	# ações negociadas em fev/2000	# ações acumulado em fev/2000
CPSL3	76,8	R\$ 3,52	R\$ 270,66	R\$ 565,89	R\$ 295,22	83,8	160,6
DURA4	56,0	R\$ 5,00	R\$ 280,29	R\$ 439,52	R\$ 159,22	31,8	87,9
CRUZ3	206,1	R\$ 0,51	R\$ 105,79	R\$ 247,39	R\$ 141,60	275,9	482,1
CSNA3	152,4	R\$ 0,39	R\$ 59,29	R\$ 151,72	R\$ 92,44	237,6	389,9
WHMT3	55,4	R\$ 1,32	R\$ 73,10	R\$ 136,07	R\$ 62,98	47,8	103,2
ARCZ6	16,0	R\$ 2,65	R\$ 42,44	R\$ 99,83	R\$ 57,39	21,6	37,6
GEP44	19,4	R\$ 2,01	R\$ 39,06	R\$ 90,72	R\$ 51,66	25,7	45,1
TRPL4	27,5	R\$ 1,37	R\$ 37,80	R\$ 90,72	R\$ 52,91	38,5	66,1
VCPA4	3,3	R\$ 9,19	R\$ 29,88	R\$ 78,24	R\$ 48,36	5,3	8,5
GETI4	68,9	R\$ 0,53	R\$ 36,27	R\$ 68,73	R\$ 32,46	61,6	130,5
PTIP4	0,5	R\$ 6,59	R\$ 3,21	R\$ 6,14	R\$ 2,93	0,4	0,9
BBDC4	1,8	R\$ 1,63	R\$ 2,91	R\$ 5,74	R\$ 2,84	1,7	3,5

Fonte: Autor

Como pode ser verificado, nesse exemplo foram necessárias somente operações de compra. Muitas vezes, são necessárias também operações de venda. Isso é demonstrado na tab. 8.

Pode-se observar que, para manter os pesos, é necessário comprar R\$368,01 do ativo CPSL3, o equivalente a 104,1 ações. Já o ativo WHMT3, que consta na composição do primeiro quadrimestre de 2000, não aparece na carteira otimizada do segundo quadrimestre. Dessa maneira, em maio é necessário vender todas as 207,9 ações, gerando um total de R\$270,26, que é redistribuído entre os ativos que compõem a carteira otimizada de maio a julho de 2000.

Podemos concluir, então, que valores negativos nas colunas “Transações Necessárias” e “# de ações negociadas em mai/2000” representam uma venda, enquanto valores positivos representam uma compra.

Tabela 8 - Simulação do processo de compra e venda de ações entre o primeiro e o segundo quadrimestre de 2000

Código	Pesos		Valor das ações em mai/2000	Pesos mai-jul/2000 [%]	Alocação mai/2000	Transações necessárias	# ações negociadas em mai/2000	# ações acumulado até mai/2000
	jan-abr/2000 [%]	# ações acumulado até abr/2000						
CPSL3	28,6	311,6	R\$ 1.101,30	31,1	R\$ 1.469,31	R\$ 368,01	104,1	415,7
DURA4	22,2	220,9	R\$ 771,62	17,1	R\$ 810,13	R\$ 38,51	11,0	231,9
CRUZ3	12,5	986,2	R\$ 540,98	13,8	R\$ 653,03	R\$ 112,04	204,2	1190,4
CSNA3	7,7	701,9	R\$ 248,67	7,7	R\$ 362,00	R\$ 113,34	319,9	1021,8
WHMT3	6,9	207,9	R\$ 270,26	0,0	R\$ -	-R\$ 270,26	-207,9	0,0
ARCZ6	5,0	79,8	R\$ 182,14	4,6	R\$ 216,73	R\$ 34,59	15,1	94,9
GEP44	4,6	125,1	R\$ 188,38	0,0	R\$ -	-R\$ 188,38	-125,1	0,0
TRPL4	4,6	76,7	R\$ 134,63	2,1	R\$ 100,32	-R\$ 34,31	-19,5	57,1
VCPA4	4,0	17,5	R\$ 135,14	6,8	R\$ 323,20	R\$ 188,06	24,4	41,9
GETI4	3,5	257,0	R\$ 136,51	0,0	R\$ -	-R\$ 136,51	-257,0	0,0
PTIP4	0,3	1,8	R\$ 11,88	1,9	R\$ 89,91	R\$ 78,02	12,1	13,9
BBDC4	0,3	7,1	R\$ 10,55	0,0	R\$ -	-R\$ 10,55	-7,1	0,0
EMBR4	0,0	0,0	R\$ -	11,4	R\$ 537,56	R\$ 537,56	86,8	86,8
BBAS3	0,0	0,0	R\$ -	2,6	R\$ 123,51	R\$ 123,51	164,4	164,4
TCOC4	0,0	0,0	R\$ -	1,0	R\$ 46,37	R\$ 46,37	2,7	2,7

Fonte: Autor

O processo, como demonstrado, é iterativo, e foi repetido para todos os meses subsequentes, consistindo de:

- a) Avaliar o valor da carteira montada no período anterior, de acordo com a quantidade acumulada de ativos e cotação atual
- b) Alocar o valor atual da carteira mais o valor do aporte mensal, de acordo com os pesos sugeridos pela otimização
- c) Calcular o valor das transações necessárias (de compra ou de venda) para concretizar a alocação;
- d) Calcular, de acordo com o valor de transação, a quantidade de ações vendidas ou compradas;
- e) Calcular a quantidade acumulada de ações no mês de referência.

O que foi mostrado acima é apenas um exemplo. Como a quantidade de períodos e ativos é grande, os cálculos foram feitos de forma matricial. Para o cálculo do valor mensal da CMV, foram utilizadas 7 matrizes, em que os rótulos de colunas eram cada um dos 192 meses do período e os rótulos de linhas eram todas as ações que fizeram parte de alguma CMV, em pelo menos um dos quadrimestres analisados. Dessa forma, cada matriz possuía 97 linhas e 192 colunas. A seguir, há uma descrição de cada uma dessas matrizes:

- a) Matriz de cotações mensais, onde constava, em cada uma das colunas, a cotação de fechamento, ajustada por proventos, dos ativos no mês de referência;
- b) Matriz de pesos dos ativos na carteira, obtidos por otimização, onde constava, em cada uma das colunas, os pesos, em termos financeiros, no mês de referência (às ações que não constavam no período foi atribuído peso zero);
- c) Matriz da quantidade de ações acumuladas, onde constava, em cada uma das colunas, a quantidade de ações na carteira, no mês de referência;
- d) Matriz do valor, no mês de referência, da carteira rebalanceada no período anterior, em função das cotações do mês de referência (o valor, em março de 2000, da carteira rebalanceada em fevereiro de 2000, por exemplo);
- e) Matriz do valor acumulado da carteira, onde constava, em cada uma das colunas, o valor dos ativos da carteira no mês de referência, calculado por meio da multiplicação da quantidade acumulada de ações pela cotação, ambas no mês de referência;

- f) Matriz do valor movimentado, por ação, no mês de referência, calculada por meio da adição (ou subtração) do valor no mês de referência do ativo adquirido no período anterior e o valor esperado para ser investido naquele ativo no mês de referência, obtido da matriz do valor acumulado da carteira no mês de referência (na simulação com aportes mensais, por exemplo, para que em março de 2000 o ativo ARCZ6 tivesse o peso de **5,04%**, previsto na matriz de pesos dos ativos nas carteiras, foi necessário investir um total de R\$59,24 dessas ações);
- g) Matriz da quantidade de ações negociadas no mês de referência, calculada dividindo o valor movimentado, por ação pela cotação, ambas do mês de referência.

4.3.2 Cálculo da CCDI com aportes mensais

Para o cálculo do valor mensal da CCDI, foram utilizadas as taxas efetivas mensais obtidas no Economática® e uma tabela, representando uma série temporal com aportes mensais constantes. A seguir, um pequeno excerto da tabela, que será mais discutida na seção posterior, de apresentação dos resultados, e pode ser encontrada em sua versão completa no Apêndice D.

Tabela 9 – Excerto da tabela para cálculo do valor mensal da CCDI

Mês	Taxa	Aporte [R\$]	Rendimento [R\$]	Valor inicial [R\$]	Valor final [R\$]
1	-	1000	0,00	0,00	1000,00
2	0,99%	1000	9,86	1000,00	2009,86
3	1,44%	1000	28,94	2009,86	3038,81
4	1,44%	1000	43,76	3038,81	4082,57
5	1,28%	1000	52,26	4082,57	5134,82
6

Fonte: Autor

4.3.3 Cálculo da CIBOV com aportes mensais

O cálculo do valor mensal da CIBOV foi feito da mesma maneira que o cálculo do valor mensal da CCDI, porém os dados, como já citado, foram extraídos do sítio eletrônico da empresa BM&FBOVESPA. A seguir, um pequeno excerto da tabela, que será

mais discutida na seção posterior, de apresentação dos resultados, e pode ser encontrada em sua versão completa no Apêndice E.

Tabela 10 - Excerto da tabela para cálculo do valor mensal da CIBOV

Mês	Taxa	Aporte [R\$]	Rendimento [R\$]	Valor inicial [R\$]	Valor final [R\$]
1	0	1000	0,00	0,00	1000,00
2	5,00%	1000	50,01	1000,00	2050,01
3	4,80%	1000	98,37	2050,01	3148,38
4	-9,60%	1000	-302,33	3148,38	3846,05
5	0,71%	1000	27,31	3846,05	4873,36
6

Fonte: Autor

5 RESULTADOS

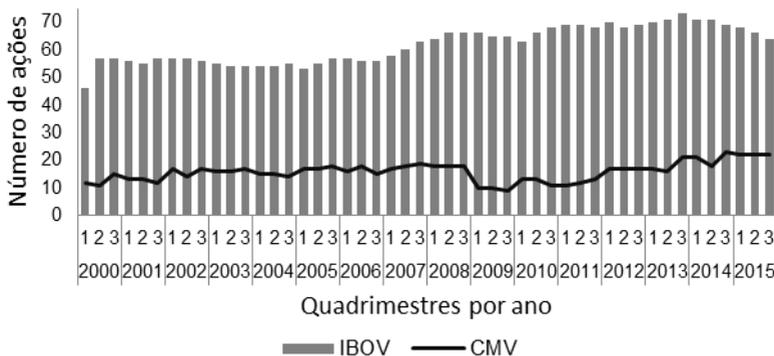
O capítulo a seguir descreve os resultados obtidos por meio da simulação dos investimentos propostos.

5.1 QUANTIDADE DE AÇÕES E ALOCAÇÃO MÉDIA

O primeiro resultado que pôde ser observado foi a relação entre a quantidade de ativos que compunham a carteira teórica do índice Ibovespa e a CMV.

Como mostra a fig. 5, a quantidade de ações no índice Ibovespa variou entre 46 e 73, com uma média de 62. Já a CMV contou com um número mínimo de 9 e um máximo de 23 ações, em uma média de 16.

Figura 5 – Quantidade de ações que compunham o índice Ibovespa e a CMV, por quadrimestre



Fonte: Autor

A CMV conta, em média, com 26% do total de ações elegíveis, o que demonstra que a quantidade de ativos é baixa em relação aos ativos presentes no índice, corroborando com o que foi apresentado no referencial teórico e facilitando a reprodução da carteira por pequenos investidores.

A fig. 6 também representa o número de ações na CMV por período, agora associado à alocação média. A simetria decorre de a alocação média ser sempre 100% (carteira totalmente investida) dividido entre o número de ativos presentes na carteira.

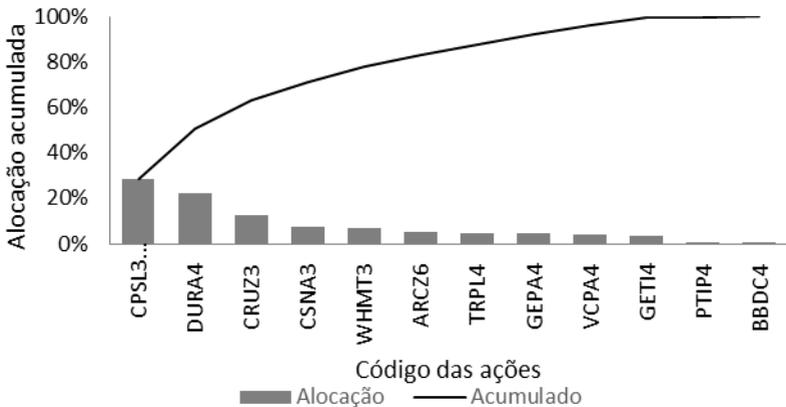
Figura 6 – Número de ações e alocação média da CMV



Fonte: Autor

Outra análise que pode ser feita é quanto ao número de ativos que compõem a carteira é como a alocação está concentrada. A fig. 7, um gráfico de Pareto, representa a carteira otimizada do primeiro semestre de 2000, em que 6 ações perfazem o montante de 83% dos pesos, enquanto as outras 6 representam os 17% restantes.

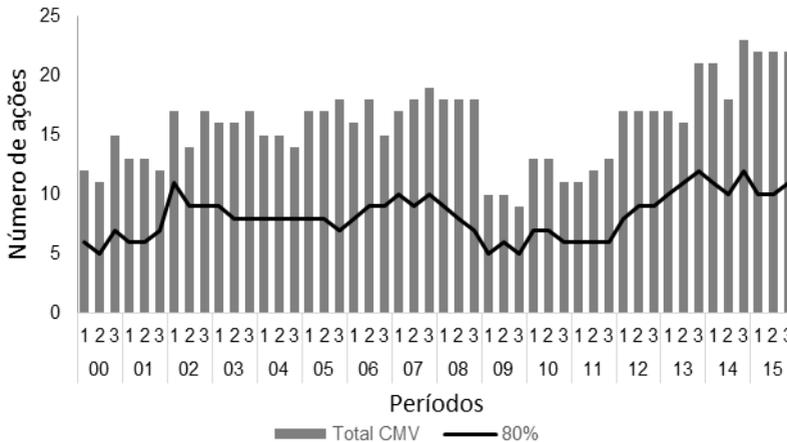
Figura 7 – Alocação e alocação acumulada da CMV do primeiro semestre de 2000



Fonte: Autor

A fim de testar a hipótese de que uma situação semelhante se repetia em todas as outras carteiras otimizadas, foi elaborada a fig. 8, que mostra quantos ativos são responsáveis por pelo menos 80% do vetor peso acumulado. Os resultados fortalecem a hipótese, uma vez que, na média, 52% dos ativos representam 83% do peso acumulado das CMV.

Figura 8 – Número de ações da CMV que somam pelo menos 80% do peso



Fonte: Autor

O baixo número de ativos tem impacto direto sobre o custo de transações. Dessa forma, pode-se aprimorar a estratégia aqui proposta aplicando, por exemplo, restrições quanto à alocação mínima no processo de otimização.

A última análise dessa seção diz respeito à recorrência da presença de determinadas empresas nas CMV, o que pode ter impacto no *turnover* da carteira. Na tab. 11, são mostradas as 10 empresas que compuseram mais vezes as carteiras otimizadas, nos 48 quadrimestres do período. O destaque fica para as ações das empresas Souza Cruz, Ambev e Embraer, que tiveram participação em pelo menos 90% das composições otimizadas, além de uma alocação média relativamente alta, variando de 8% até 12%.

Tabela 11 – As 10 empresas que mais estiveram presentes na CMV nos 48 quadrimestres analisados

Empresa	Presença na CMV	Presença na CMV [% do total]	Alocação média
SOUZA CRUZ	47	98%	8%
AMBEV	45	94%	12%
EMBRAER	43	90%	8%
NATURA	28	58%	7%
ARACRUZ	27	56%	7%
VALE R DOCE	25	52%	10%
V C P	25	52%	7%
CPFL			
ENERGIA	21	44%	7%
COMGAS	20	42%	10%
IPIRANGA			
PET	20	42%	2%

Fonte: Autor

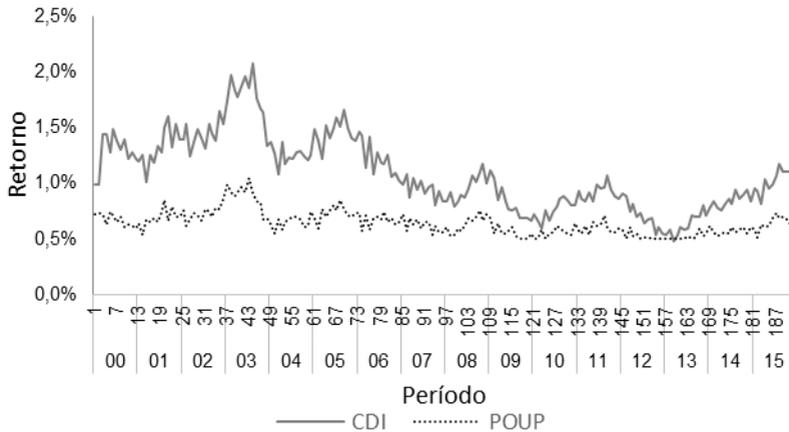
5.2 VOLATILIDADE E RETORNO

Uma vez que dispúnhamos das rentabilidades mensais do CDI, do índice Ibovespa e da CMV (obtida no processo de cálculo do valor mensal da carteira por meio da eq. 1), foi possível dispor essa informação de forma gráfica, de modo a comparar a variação sofrida ao longo do tempo e calcular o valor da volatilidade mensal e anualizada.

Na fig. 9, a rentabilidade do CDI foi comparada à de um investimento ainda mais conservador, a Caderneta de Poupança. Nota-se que as variações de ambos os investimentos possuem uma alta correlação e que a diferença entre as rentabilidades parece diminuir ao longo do tempo, mas que em virtualmente todo⁶ o período analisado a rentabilidade do CDI é maior, em uma média de 0,44% e um desvio padrão de 0,25%. A rentabilidade média auferida no CDI foi de 1,09% a.m., enquanto a da Poupança foi de 0,64% a.m.

⁶ Em março de 2013 a rentabilidade da Poupança foi 0,02% maior do que a do CDI.

Figura 9 – Rentabilidade mensal do CDI e da Poupança



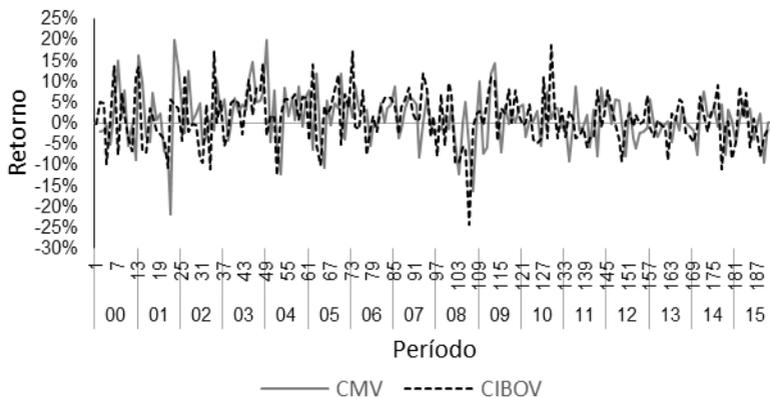
Fonte: Autor

Também foram comparadas as rentabilidades das carteiras baseadas em renda variável. A fig. 10 representa, então, a variação da rentabilidade das carteiras CMV e CIBOV, compostas por ações. Fica clara a correlação entre as rentabilidades das carteiras e a volatilidade muito maior dos retornos, quando comparada aos ativos de renda fixa.

A rentabilidade média da CMV foi de 1,33% a.m., variando de -21,81% até 20,04%, enquanto a CIBOV variou de -24,28% até 18,78%, com uma média de 1,16%. A volatilidade anualizada foi de 21,15% contra 21,93%, deixando a CMV em vantagem nos dois indicadores de desempenho.

Vale ressaltar que é uma vantagem obter uma volatilidade menor em uma carteira é composta, em média, por somente 26% dos ativos do índice, haja vista o poder de mitigação do risco sistemático que a diversificação pode conferir aos investimentos.

Figura 10 – Rentabilidade mensal da CMV e da CIBOV



F

onte: Autor

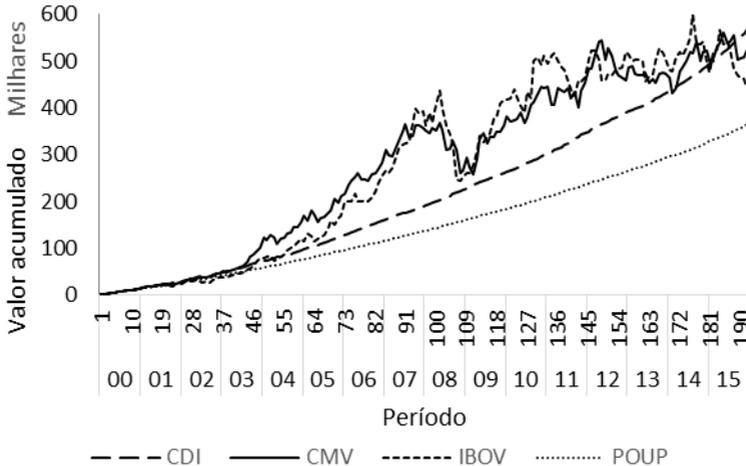
5.3 VALOR DAS CARTEIRAS

Com o uso das séries temporais, integralmente presentes nos Apêndices de C a E, foram calculados os valores mensais das carteiras CMV, CCDI E CIBOV. Além disso, foi incluso o valor mensal de um investimento na Caderneta de Poupança sob condições idênticas: aportes mensais de R\$1000,00 em um período de 192 meses, ou 16 anos completos.

A fig. 11 mostra a evolução mensal do valor das carteiras. Pode-se observar que a linha mais abaixo, indicada pela legenda POUP, corresponde ao investimento na Poupança, que teve um valor final de R\$364.094,84. A linha tracejada, logo acima, representa a CCDI, que teve um valor final de R\$566.106,86, um montante 55% maior. Além disso, as duas séries de dados evidenciam outra característica do investimento nesses dois ativos de renda fixa: o valor sempre crescente, o que passa segurança ao investidor.

Com relação aos investimentos em renda variável, nota-se uma correlação entre as variações de valor e a aparente ausência de dominância entre investimentos, quando considerado o indicador de valor final mensal da carteira. Os valores finais auferidos somam o montante de R\$522.446,49 para a CMV e R\$443.066,92 para a CIBOV, ambos menores que o acumulado da CCDI (-7,7% e -21,4%, respectivamente).

Figura 11 – Valor acumulado dos investimentos durante todo o período analisado



Fonte: Autor

Uma análise isolada do valor final das carteiras pode levar à desclassificação da aplicação em renda variável como uma alternativa ao pequeno investidor, que é o que propõe esse trabalho. Porém é de extrema importância levar em consideração o objetivo e a natureza do investimento a qual a estratégia aqui investigada se refere: uma aplicação recorrente e periódica, com o objetivo de acumular capital no longo prazo para criar uma fonte de renda para a aposentadoria.

Tendo em vista esse panorama, pressupõe-se que o valor acumulado não seria resgatado todo de uma única vez, e sim em pequenas parcelas, de acordo com a necessidade de recursos do beneficiário⁷.

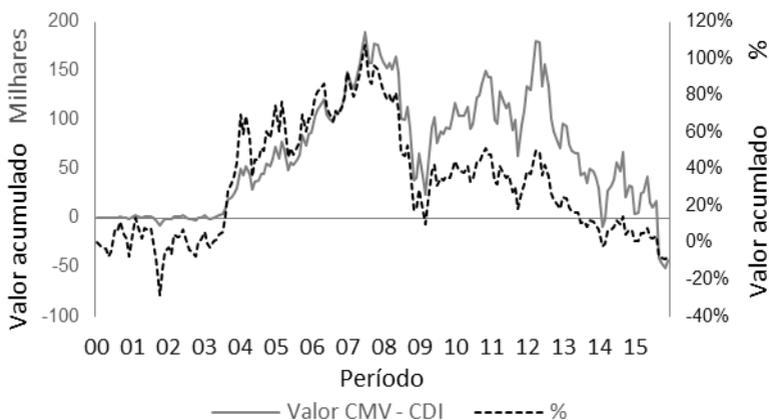
⁷Considerando um jovem que inicia seus investimentos para a aposentadoria aos 25 anos e começa a usufruir do valor acumulado aos 65 anos, há um período de 40 anos de aportes e de 35 anos de saques, se a estimativa de vida for de 100 anos. Assim, são 75 anos de incidência de rentabilidade. Como esse trabalho se propôs a demonstrar valores relativamente recentes, em especial após a estabilização da inflação decorrente do Plano Real, não há um período de tempo longo o suficiente para a investigação empírica completa da estratégia.

Assim, uma análise pertinente a ser conduzida é o valor da CMV em relação à CCDI em função do tempo, e não somente o valor final. É o que representa a fig. 12. As linhas representam a diferença entre o valor final da CMV menos o valor final da CCDI, em números absolutos e percentuais.

Em 167 períodos, o correspondente a 87% do total, a CMV teve um valor final maior do que a CCDI, e a diferença máxima foi de R\$ 189.746,20, em julho de 2007. Nesse mês, o investimento em renda variável tinha o valor de R\$366.195,97, 108% maior do que os R\$176.449,78 em renda fixa.

Nos 25 meses em que o valor da CCDI superou o da CMV, a maior diferença foi de -R\$50.681,34, em novembro de 2015, porém em termos percentuais a maior diferença, -29%, deu-se em outubro de 2001. Nessa ocasião, a CCDI valia R\$25.307,03, enquanto a CMV estava em R\$18.087,34. Na média dos 192 meses, o valor da CMV foi 32% maior do que o valor da CCDI.

Figura 12 – Retorno em excesso da CMV em relação à CCDI, em termos absolutos e percentuais



Fonte: Autor

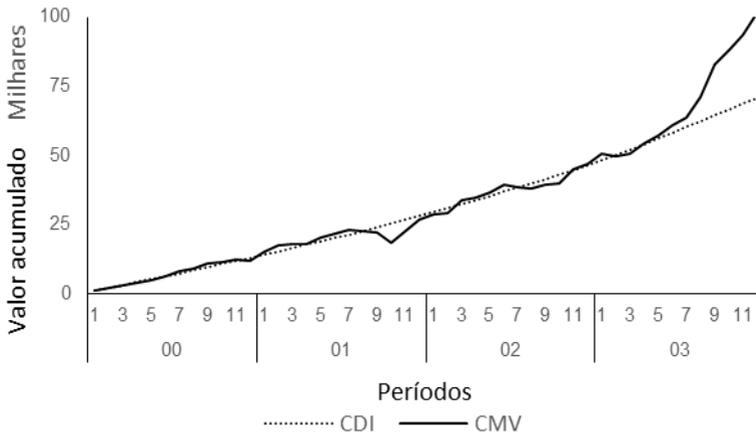
Como pode-se perceber, a maior diferença percentual de valores foi durante o segundo ano de investimento. Pode-se então refletir sobre os impactos emocionais que isso pode ter no pequeno investidor individual, que conta com esse capital para garantir uma vida confortável após sua aposentadoria.

Ao ver suas economias quase 30% desvalorizados em relação a uma opção muito menos arriscada, o investidor pode convencer-se de que não é viável investir em ações, que a decisão tomada por ele foi ruim e que a melhor opção é vender seus ativos todos de uma vez, realizando a perda.

A fig. 13 foi elaborada tendo em vista a janela temporal em que o investidor se basearia nos quatro primeiros anos de investimento. Observa-se que durante o ano de 2000 e até o mês de julho de 2001, os valores das carteiras estão muito próximos, o que já poderia deixar o investidor bastante insatisfeito. Nos meses seguintes a situação piora, atingindo seu ápice em outubro.

Se o investidor se desfizesse de seus ativos não poderia aproveitar os ganhos acumulados a partir de abril de 2003, período em que a CMV começou uma série de 130 meses com valores superiores aos da CCDI. Isso prova a grande importância de dois pontos fundamentais da estratégia proposta: a) aportes mensais, que fazem com que a probabilidade de comprar na alta e vender na baixa se reduza virtualmente a zero e b) o horizonte de longo prazo, preferencialmente visando a aposentadoria.

Figura 13 – Valor acumulado da CMV e da CCDI de janeiro de 2000 até dezembro de 2003



Fonte: Autor

5.4 RESUMO DOS RESULTADOS

A seguir, na tab. 12, o resumo das medidas de desempenho consideradas para as três carteiras avaliadas nesse trabalho, conforme já citado no capítulo 2.6 do referencial teórico.

Tabela 12 – Resumo das medidas de desempenho

Indicador	CMV	CCDI	CIBOV
Valor final da carteira	R\$ 522.446,49	R\$ 566.106,86	R\$ 443.066,92
Retorno médio mensal	1,33%	1,09%	1,16%
Retorno médio anualizado	17,34%	13,83%	14,80%
Volatilidade mensal	6,11%	0,33%	6,33%
Volatilidade anualizada	21,15%	1,16%	21,93%

Fonte: Autor

6 CONCLUSÕES

Esse trabalho cumpriu seus objetivos ao determinar indicadores de desempenho importantes de uma estratégia de investimentos replicável pelo pequeno investidor individual e compará-la com *benchmarks* representativos de alternativas comuns no mercado.

A análise feita mostra que, respeitando as condições de longo prazo, aportes mensais e saques fracionados, a estratégia proposta se mostra viável em todos os requisitos avaliados.

Isso se deu primeiramente pela mensuração da quantidade de ativos que compõem a CMV, que é significativamente menor do que as ações componentes do índice de mercado. Outra constatação foi a concentração dos pesos atribuídos aos ativos, mostrando que cerca de 80% do vetor de peso acumulado se concentra em média em 50% dos ativos. Isso sugere que é possível ter carteiras ainda menores e, ainda assim, efetivas.

A seguir, por meio da apuração da volatilidade dos retornos mensais, pôde-se confirmar que apesar da CMV ser concebida de modo a diminuir as variações de valor, ela ainda é um investimento arriscado quando comparada ao CDI. Ainda que apresente uma volatilidade ligeiramente menor que o índice de mercado, a correlação entre as variações é evidente, mantendo então características comuns ao investimento em ações.

O cálculo do valor acumulado mensal mostra que a CMV tem, na grande maioria dos períodos, uma rentabilidade significativamente maior do que o CDI. No entanto, tendo em vista a natureza arriscada de se investir em ações, há períodos em que se realizam perdas massivas, como na crise mundial de 2008 e a partir de 2014, o que pode ser associado às dificuldades políticas e econômicas pelas quais passa o Brasil. É interessante observar a franca recuperação do mercado após a crise de 2008 e considerar a possibilidade de um movimento semelhante nos próximos anos.

Outra contribuição alcançada pelas análises foi a de demonstrar o comportamento do investimento em seus primeiros anos. Casos de investidores que, assustados com as variações abruptas do mercado, realizam grandes perdas, são muito comuns. É necessário mostrar que esses movimentos são intrínsecos ao investimento, mas que o longo prazo tende a minimizar esses efeitos em grande parte do tempo.

Por fim, corrobora para a recomendação de saques parciais o fato de que, como não há a possibilidade de prever o comportamento futuro da economia, uma venda do valor total das ações pode ser feita em um momento de baixa. Com pequenas vendas mensais, o investidor fica na média dessas flutuações e pode esperar um retorno médio maior do que o do ativo livre de risco.

No desenvolvimento dessa pesquisa, várias alternativas de novas análises foram levantadas. Algumas das mais relevantes estão listadas a seguir.

Com relação aos ativos elegíveis, pode ser considerada a totalidade de ações negociadas na bolsa em cada período, índices de mercado diferentes do Ibovespa ou ainda uma carteira mista de renda fixa e variável, o que representa melhor a realidade do pequeno investidor.

Quanto às restrições impostas na otimização, pode-se: a) considerar uma alocação mínima, de modo a diminuir a quantidade de ativos que compõem a carteira, b) considerar uma tolerância menor quanto à ausência de dados históricos na matriz de covariância, como forma de obter valores mais confiáveis, c) utilizar outras maneiras de estimar a matriz de covariância, como o método de encolhimento presente no próprio Economatica, que dá um peso maior às cotações mais recentes e d) considerar períodos diferentes, maiores ou menores, para o cálculo da matriz de covariância e avaliar os impactos nos indicadores de desempenho.

Por fim, com relação aos rebalanceamentos e recálculos (aplicação do modelo de otimização), pode-se variar a periodicidade e associá-la aos custos de manutenção da carteira e índice de *turnover*, que é uma medida porcentual, em termos financeiros, da quantidade de capital que é realocado em cada período.

REFERÊNCIAS

- ASSAF NETO, A. **Finanças Corporativas e Valor**. 6. ed. São Paulo: Atlas, 2012. 762 p.
- ASSAF NETO, A. **Mercado Financeiro**. 12. ed. São Paulo: Atlas, 2014. 381 p.
- BCB. Banco Central do Brasil. **Caderno de Educação Financeira - Gestão de Finanças Pessoais**. Brasil, 2013, p.7. Disponível em: <http://www.bcb.gov.br/pre/pef/port/caderno_cidadania_financeira.pdf>. Acesso em: 22 mar. 2015.
- BM&FBOVESPA; (São Paulo). **Índice Bovespa**. 2016. Disponível em: <http://www.bmfbovespa.com.br/pt_br/produtos/indices/indices-amplos/indice-ibovespa-ibovespa.htm>. Acesso em: 03 jan. 2016.
- BM&FBOVESPA; (São Paulo). **MANUAL DE DEFINIÇÕES E PROCEDIMENTOS DOS ÍNDICES DA BM&FBOVESPA**. 2014. Disponível em: <<http://www.bmfbovespa.com.br/lumis/portal/file/fileDownload.jsp?fileId=8A828D29514A326701516E695D7F65C0>>. Acesso em: 03 jan. 2016.
- CALDEIRA, J.F. et al. Seleção de Carteiras com Modelos Fatoriais Heterocedásticos: Aplicação para Fundos de Fundos Multimercados. **Rev. Adm. Mackenzie**, v. 15, n. 2, p. 127-161, mar. 2014.
- CUTAIT, B. Portifólio conta com 70% dos investimentos em baixo risco. **Valor Econômico**, São Paulo, 16 mai. 2015. Disponível em: <<http://www.valor.com.br/financas/3954906/portfolio-conta-com-70-dos-investimentos-em-baixo-risco>>. Acesso em: 04 abr. 2015.
- DAS, S. et al. **Portfolio Optimization with Mental Accounts**. *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, v. 45, n. 2, p. 311-345, abr. 2010.
- DeMIGUEL, V. et al. Optimal versus naive diversification: how inefficient is the 1/N portfolio strategy? **The Review of Financial Studies**, v. 22, n. 5, p. 1915-1953, 2009.

ECONOMÁTICA. **Manual.** Disponível em: <http://economatca.com/support/manual/pt_javas/whnjs.htm>. Acesso em: 15 abr. 2016.

ELTON, E. J. et al. **Moderna Teoria de Carteiras e Análise de Investimentos.** 8. ed. Rio de Janeiro: Elsevier, 2012. 715 p.

FAMA, E. F. **Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work.** *The Journal of Finance*, v. 25, n. 2, p. 383-417, maio. 1970.

GITMAN, L. J. **Princípios de Administração Financeira.** 10. ed. São Paulo: Pearson Addison Wesley, 2008. 745 p.

INVESTIPÉDIA. **O que é CDI (Certificado de Depósito Interfinanceiro).** Disponível em: <<http://www.investpedia.com.br/artigo/O+que+e+CDI+Certificado+de+Deposito+Interfinanceiro.aspx>>. Acesso em: 12 fev. 2016.

JAGANNATHAN, R.; MA, T. Risk Reduction in Large Portfolios: Why Imposing the Wrong Constraints Helps. **Journal of Finance**, v. 58, p. 1651–1684. 2003.

KAUPA, P. H.; SASSI, R. J. Redes neurais artificiais e o modelo de Markowitz: comparando técnicas que apoiam a tomada de decisão nos investimentos em ações. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2011, Belo Horizonte. **Anais eletrônicos ENEGEP.** Belo Horizonte: ABEPRO – Associação Brasileira de Engenharia de Produção, 2011. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2011_TN_STO_140_888_1_7962.pdf>. Acesso em: 04 abr. 2015.

MACEDO, J. S. **Teoria do prospecto: uma investigação utilizando simulação de investimentos.** 2003. 203 p. Tese (Doutorado em Engenharia de Produção) – Universidade Federal de Santa Catarina, Florianópolis, 2003. Disponível em: <<http://www.tede.ufsc.br/teses/PEPS3749.pdf>>. Acesso em: 14 abr. 2015.

MARKOWITZ, H. M. **Portfolio Selection.** *Journal of Finance*, v. 7, p. 77-91, 1952.

MARKOWITZ, H. M. **Portfolio Selection**. New York: John Wiley & Sons, Inc., 1959. 344 p.

MARKOWITZ, H. M. **The Utility of Wealth**. Journal of Political Economy, v. 60, n. 2, p. 151-158, abr. 1952b.

PASSOS, V. C. S.; PINHEIRO, J. L. Estratégias de investimento em bolsa de valores: uma pesquisa exploratória da visão fundamentalista de Benjamin Graham. **Revista Gestão & Tecnologia**, Pedro Leopoldo, v. 9, n. 1, p.1-16, jan./jul. 2009. Semestral. Disponível em: <<http://revistagt.fpl.edu.br/get/article/view/233>>. Acesso em: 04 abr. 2015.

POTRICH, A. C. G. et al. Educação financeira dos gaúchos, proposição de uma medida e relação com as variáveis socioeconômicas. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 2014, Curitiba. **Anais eletrônicos ENEGEP**. Curitiba: ABEPRO, 2014. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2014_TN_STO_195_101_24560.pdf>. Acesso em: 22 mar. 2015.

RUBESAM, A. BELTRAME, A. L. Carteiras de Variância Mínima no Brasil. **Rev. Bras. Finanças**, Rio de Janeiro, v. 11, n. 1, p. 81-118, mar. 2013.

SANTIAGO, D. C.; LEAL, R. P. C. Carteiras igualmente ponderadas com poucas ações e o pequeno investidor. **Relatórios COPPEAD**. Rio de Janeiro. UFRJ/COPPEAD, 2014.

SANTOS, A. A. P. The Out-of-sample Performance of Robust Portfolio Optimization. **Rev. Bras. Finanças**, Rio de Janeiro, v. 8, n. 2, p. 141-166. 2010.

SANTOS, A. A. P.; TESSARI, C. Técnicas Quantitativas de Otimização de Carteiras Aplicadas ao Mercado de Ações Brasileiro. **Rev. Bras. Finanças**, Rio de Janeiro, v. 10, n. 3, p. 369-393, set. 2012.

SILVA, C. A. G. Gerenciamento de risco da carteira otimizada. In: Encontro Nacional de Engenharia de Produção, 28., 2008, Rio de Janeiro. **Anais eletrônicos ENEGEP**. Rio de Janeiro: ABEPRO, 2008. Disponível em: <http://www.abepro.org.br/biblioteca/enegep2008_TN_STO_071_506_10917.pdf>. Acesso em: 12 abr. 2015.

STATMAN, M. **What is Behavioral Finance?**. In: Handbook of Finance, v. 2. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2008, p. 79-84.

THOMÉ NETO, C. et al. Um índice de mínima variância de ações brasileiras. **Economia Aplicada**, v. 15, n. 4, p. 535-557, 2011.

APÊNDICE A – Ações que fizeram parte do índice Ibovespa entre janeiro de 2000 e dezembro de 2015

Empresa	Código	Empresa	Código
ACESITA	ACES4	ITAUUNIBANCO	ITUB4
AGRE EMP IMO	AGEI3	JBS	JBSS3
ALL AMER LAT	ALLL11	KLABIN	KLAB4
ALL AMER LAT	ALLL3	KLABIN S/A	KLBN4
AMBEV	AMBV4	KLABIN S/A	KLBN11
AMBEV S/A	ABEV3	KROTON	KROT3
ANHANGUERA	AEDU3	LIGHT	LIGH3
ARACRUZ	ARCZ6	LIGHT S/A	LIGT3
ARCELOR BR	ARCE3	LLX LOG	LLXL3
B2W VAREJO	BTOW3	LOCALIZA	RENT3
BANESPA	BESP4	LOJAS AMERIC	LAME4
BBSEGURIDADE	BBSE3	LOJAS RENNER	LREN3
BMF BOVESPA	BVMF3	MARCOPOLO	POMO4
BR MALLS PAR	BRML3	MARFRIG	MRFG3
BR PROPERT	BRPR3	MMX MINER	MMXM3
BRADESCO	BBDC4	MRV	MRVE3
BRADESCO	BBDC3	MULTIPLAN	MULT3
BRADESPAR	BRAP4	NATURA	NATU3
BRAHMA	BRHA4	NET	NETC4
BRASIL	BBAS3	NOSSA CAIXA	BNCA3
BRASIL	BBAS4	OGX PETROLEO	OGXP3
BRASIL T PAR	BRTP3	OI	OIBR3
BRASIL T PAR	BRTP4	OI	OIBR4
BRASIL TELEC	BRTO4	P.ACUCAR-CBD	PCAR4
BRASKEM	BRKM5	P.ACUCAR-CBD	PCAR5
BRASMOTOR	BMTO4	PDG REALT	PDGR3
BRF FOODS	BRFS3	PERDIGAO S/A	PRGA3

Empresa	Código	Empresa	Código
BROOKFIELD	BISA3	PETROBRAS	PETR3
CAEMI	CMET4	PETROBRAS	PETR4
CCR RODOVIAS	CCRO3	PETROBRAS BR	BRDT4
CELESC	CLSC6	PORTX	PRTX3
CEMIG	CMIG3	QUALICORP	QUAL3
CEMIG	CMIG4	RAIADROGASIL	RADL3
CESP	CESP4	REDECARD	RDCD3
CESP	CESP6	ROSSI RESID	RSID3
CETIP	CTIP3	RUMO LOG	RUMO3
CIA HERING	HGTX3	SABESP	SBSP3
CIELO	CIEL3	SADIA S/A	SDIA4
COMGAS	CGAS5	SANTANDER BR	SANB11
CONTAX	CTAX3	SID NACIONAL	CSNA3
CONTAX	CTAX4	SID TUBARAO	CSTB4
COPEL	CPLE6	SMILES	SMLE3
COPENE	CPNE5	SOUZA CRUZ	CRUZ3
COPELUS	CPSL3	SUBMARINO	SUBA3
COSAN	CSAN3	SUZANO PAPEL	SUZB5
CPFL ENERGIA	CPFE3	TAM S/A	TAMM4
CRT	CRGT5	TEF DATA BRA	TDBH4
CRT CELULAR	CRTP5	TELE CL SUL	TCSL4
CYRE COM-CCP	CCPR3	TELE CL SUL	TCSL3
CYRELA REALT	CYRE3	TELE CTR OES	TCOC4
DASA	DASA3	TELE CTR SUL	TCSP3
DURATEX	DURA4	TELE CTR SUL	TCSP4
DURATEX	DTEX3	TELE LEST CL	TLCP4
ECODIESEL	ECOD3	TELE NORD CL	TNEP4
ECORODOVIAS	ECOR3	TELE SUDESTE	TSEP4
ELETRORBRAS	ELET3	TELEF BRASIL	VIVT4
ELETRORBRAS	ELET6	TELEMAR	TNLP3
ELETROPAULO	ELPL4	TELEMAR	TNLP4

Empresa	Código	Empresa	Código
ELETROPAULO	ELPL6	TELEMAR N L	TMAR5
ELETROPAULO	ELPL5	TELEMIG PART	TMCP4
EMBRAER	EMBR3	TELEPAR	TEPR4
EMBRAER	EMBR4	TELERJ	TERJ4
EMBRATEL PAR	EBTP3	TELES RCTB	RCTB31
EMBRATEL PAR	EBTP4	TELES RCTB	RCTB41
ENERGIAS BR	ENBR3	TELESP	TLPP3
EQUATORIAL	EQTL3	TELESP	TLPP4
ESTACIO PART	ESTC3	TELESP CL	TSPC6
EVEN	EVEN3	TELESP CL PA	TSP33
FIBRIA	FIBR3	TELESP CL PA	TSP34
GAFISA	GFA33	TIM PART S/A	TIMP3
GER PARANAP	GEPA4	TRACTEBEL	TBLE3
GER TIETE	GETI4	TRAN PAULIST	TRPL4
GERASUL	GRSU3	ULTRAPAR	UGPA4
GERDAU	COGU4	ULTRAPAR	UGPA3
GERDAU	GGBR4	UNIBANCO	UBBR11
GERDAU MET	GOAU4	USIMINAS	USIM5
GLOBO CABO	PLIM4	USIMINAS	USIM3
GOL	GOLL4	V C P	VCPA4
HYPERMARCAS	HYPE3	V C P	VCPA3
INEPAR	INEP4	V-AGRO	VAGR3
IPIRANGA PET	PTIP4	VALE R DOCE	VALE5
ITAUBANCO	ITAU4	VALE R DOCE	VALE3
ITAUSA	ITSA4	VIVO	VIVO4
		WHIT	
		MARTINS	WHMT3

APÊNDICE B – Pesos das ações na CMV por quadrimestre

Ano	Código	Pesos [%]		
		Janeiro	Maior	Setembro
2000	ACES4			1,09
2000	ARCZ6	5,04	4,58	7,58
2000	BBAS3		2,61	9,42
2000	BBDC4	0,29		0,89
2000	BRDT4			4,24
2000	CPSL3	28,57	31,05	
2000	CRTP5			3,75
2000	CRUZ3	12,49	13,8	20,95
2000	CSNA3	7,66	7,65	11,68
2000	CSTB4			0,82
2000	DURA4	22,19	17,12	
2000	EMBR4		11,36	17,5
2000	GEPA4	4,58		
2000	GETI4	3,47		
2000	PTIP4	0,31	1,9	4,21
2000	TCOC4		0,98	0,61
2000	TMCP4			3,66
2000	TRPL4	4,58	2,12	1,21
2000	VCPA4	3,95	6,83	12,39
2000	WHMT3	6,87		
2001	AMBV4	15,18	13,16	12,78
2001	ARCZ6	2,94	3,12	4,07
2001	BBAS3	6,45	6,58	5,92
2001	BRAP4	26,26	20,77	19,63
2001	BRDT4	3,54	1,55	
2001	CGAS5			5,74
2001	CRTP5	2,64	3,77	4,81
2001	CRUZ3		14,84	14,26
2001	CSNA3	8,13	7,61	9,31
2001	EMBR4	14,43	15,23	14,67
2001	PETR3	3,31		

2001	PTIP4	2,87	2,46	0,25
2001	TCOC4	0,61	0,09	
2001	TMCP4	3,3	1,5	0,72
2001	VCPA4	10,34	9,32	7,84
2002	AMBV4	13,27	10,21	11,83
2002	ARCZ6	4,75	7,01	6,7
2002	BBAS3	5,32	1,77	0,68
2002	BBDC4	5,32		0,18
2002	BRDT4	5,38	5,16	4,71
2002	BRKM5			6,33
2002	CGAS5	5,56	5,73	2,18
2002	CRUZ3	12,87	9,26	9,9
2002	CSNA3	9,73	10,59	4,86
2002	EMBR4	8,72	4,57	8,59
2002	ITSA4	2,53	5,45	2,96
2002	KLBN4	2,63	4,7	2,75
2002	PETR4	4,81		10,06
2002	PTIP4	5,93	2,15	2,94
2002	TBLE3		2,09	3,02
2002	TDBH4	2,96		
2002	TMCP4	0,58		
2002	VALE5	3,03	11,71	14,3
2002	VCPA4	6,61	19,6	8,01
2003	AMBV4	10,04	12,74	12,34
2003	ARCZ6	7,05	6,01	4,02
2003	BBDC4		0,5	0,77
2003	BRDT4	4,29		
2003	BRKM5	4,67	4,32	2,08
2003	CGAS5	1,78	3,27	4,62
2003	CRUZ3	9,86	9,3	10,23
2003	CSNA3	1,84	0,19	
2003	CSTB4			1,02
2003	EMBR4	8,78	5,9	5,25
2003	ITSA4	1,5	3,46	3,35
2003	KLBN4	2,3	1,66	0,61
2003	PETR4	9,54	9,88	8,55

2003	PTIP4	2,89	2,54	3,86
2003	SBSP3			0,87
2003	TBLE3	3,33	2,57	2,41
2003	VALE3	20,57	22,26	22,05
2003	VALE5	4,61	8,76	10,94
2003	VCPA4	6,95	6,64	7,03
2004	AMBV4	11,4	9,93	10,07
2004	ARCZ6	5,46	6,54	5,71
2004	BBDC4		1,21	
2004	BRKM5	0,07		
2004	CGAS5	3,8	1,36	
2004	CMET4			11,02
2004	CRUZ3	12,1	14,12	13,65
2004	EMBR4	5,54	4,03	3,53
2004	ITSA4	5,95	8,27	7,92
2004	KLBN4	0,27	2,57	3,24
2004	PETR4	6,03	4,63	3,1
2004	PTIP4	3,94	1,74	1,77
2004	SBSP3	3,55	5,34	4,51
2004	TBLE3	1,79	2,4	3,34
2004	VALE3	22,12	15,38	9,71
2004	VALE5	9,48	13,12	9,77
2004	VCPA4	8,5	9,36	12,66
2005	ACES4	0,38		
2005	AMBV4	14,57	15,66	16,64
2005	ARCZ6	9	13,04	16,37
2005	BBDC4	1,46	1,54	
2005	BRAP4	0,27		0,67
2005	BRTP4			0,08
2005	CGAS5			1,31
2005	CMET4	6,38	3,11	0,48
2005	CRUZ3	13,97	12,45	11,01
2005	EBTP3	0,91		
2005	EMBR4	6,86	7,33	6,35
2005	GOAU4		6,56	
2005	ITSA4	6,63	6,16	10,06

2005	KLBN4	2,07	1,7	1,74
2005	NETC4		0,7	0,57
2005	PETR4			2,93
2005	PTIP4	0,75	1,55	0,64
2005	SBSP3	5,03	3,49	0,74
2005	SDIA4			12,35
2005	TBLE3	4,37	4,91	
2005	TLCP4		0,21	0,06
2005	VALE3	2,76	0,83	
2005	VALE5	13,2	12,96	10,78
2005	VCPA4	11,39	7,8	7,22
2006	ALLL11			9,5
2006	AMBV4	18,88	17,48	12,67
2006	ARCE3	10,09	9,89	7,01
2006	ARCZ6	15,67	14,27	10,86
2006	BBAS3	1,95	2,21	
2006	BRTP3		0,21	
2006	CCRO3		7,36	7,67
2006	CGAS5		3,28	
2006	CRUZ3	9,46	3,84	7,52
2006	CTAX3	7,13	10,73	
2006	CTAX4	6,18	4,47	
2006	EMBR3		0,59	10,09
2006	EMBR4	4,66	8,91	
2006	ITSA4	5,71		
2006	NATU3			8,6
2006	PCAR4			7,59
2006	PETR3	2,92	4,61	3,91
2006	PTIP4	1,27	0,1	
2006	SBSP3			0,85
2006	SDIA4	7,63	4,07	5,68
2006	TAMM4			3,37
2006	TLCP4	0,85		
2006	TMAR5	1,14	0,24	
2006	TMCP4			0,69
2006	VALE5	4,28	2,64	

2006	VCPA4	2,18	5,1	3,99
2007	ACES4		2,56	6,8
2007	ALLL11	6,15	3,24	3,62
2007	AMBV4	11,18	15,87	18,06
2007	ARCE3	6,08	3,03	
2007	ARCZ6	7,28	10	7,71
2007	CCRO3	6,73	4,1	4,11
2007	CESP6	16,04	5,2	
2007	CGAS5	0,67	2,08	3,34
2007	CPFE3		15,48	10,61
2007	CRUZ3	4,1	6,79	5,35
2007	DURA4			0,11
2007	EMBR3	10,82	12,4	15,48
2007	GOLL4	5,38	3,75	4,33
2007	LAME4			0,55
2007	LREN3		0,12	0,31
2007	NATU3	6,97	5,82	6,55
2007	PCAR4	7,6	5,28	3,24
2007	PETR3	3,04	2,61	4,96
2007	SBSP3	0,09		1,15
2007	TAMM4	1,23	1,19	1,22
2007	TMCP4	0,71		
2007	TNLP4			2,5
2007	VCPA4	5,93	0,48	
2008	ACES4	8,24		
2008	ALLL11	2,98	3,39	
2008	AMBV4	18,3	13,05	11,25
2008	ARCZ6	7,67	5,08	2,2
2008	BNCA3	2,9	0,38	2,87
2008	B RTP3			0,78
2008	CCRO3	3,3		
2008	CESP6			1,62
2008	CGAS5	6,12	9,5	18,25
2008	CMIG4			1,08
2008	CPFE3	6,95	4,48	2,27
2008	CRUZ3	1,11	1,84	1,7

2008	EMBR3	16,76	21,05	19,68
2008	GOLL4	3,21	0,95	
2008	NATU3	5,53	5,9	5,67
2008	PCAR4	3,43	2,79	2,79
2008	PETR3	7,7	0,83	1,96
2008	SBSP3	1,98	3,11	2,18
2008	TAMM4	1,72		
2008	TMAR5		2,8	1,53
2008	TMCP4	0,43	3,08	
2008	TNLP4	1,67	0,46	0,09
2008	UGPA4		20,38	20,06
2008	VCPA4		0,93	4,02
2009	AMBV4	14,62	12,89	13,69
2009	BRTP3	5,67	7,94	
2009	CGAS5	33,1	37,81	41,31
2009	CMIG4	3,75	5,68	9,91
2009	CPFE3	1,53	1,09	0,46
2009	CRUZ3	3,56	4,69	5,8
2009	EMBR3	16,99	11,58	7,12
2009	NATU3	7,71	7,27	7,8
2009	TRPL4	2,99	2,8	7,54
2009	UGPA4	10,08	8,25	6,37
2010	AMBV4	17,31	14,17	7,97
2010	CCRO3	1,95	1,97	
2010	CIEL3		26,33	16,51
2010	CMIG4	10,05	11,46	4,44
2010	CPFE3	2,45	5,81	9,42
2010	CRUZ3	9,62	3,97	5,64
2010	DTEX3	6,18	1,46	
2010	EMBR3	11,77	5,92	1,02
2010	FIBR3	1,52	3,56	
2010	LIGT3		0,9	
2010	MRFG3			0,64
2010	NATU3	15,12	10,18	10,08
2010	OGXP3	0,08		
2010	SANB11			28,58

2010	TNLP4	0,39		
2010	TRPL4	14,01	10,08	11,71
2010	UGPA4	9,55	4,19	3,99
2011	AMBV4	6,28	15,31	8,33
2011	CCRO3			1,04
2011	CIEL3	16,99	10,89	16,6
2011	CMIG4	2,9	3,26	1,94
2011	CPFE3	7,85	11,48	8,88
2011	CRUZ3	7,84	7,14	6,35
2011	EMBR3	0,68	0,93	
2011	FIBR3			0,19
2011	HGTX3			0,11
2011	HYPE3	5,38	1,89	2,74
2011	LIGT3	4,4	1,59	8,46
2011	NATU3	9,52	2,58	12,31
2011	PRTX3		21,48	
2011	SANB11	27,67	19,38	18,72
2011	TRPL4	10,49	4,07	14,33
2012	ALLL3	0,59		
2012	AMBV4	11,3	12,96	12,69
2012	BRFS3		1,13	
2012	CCRO3	3,2	3,59	3,32
2012	CIEL3	3,71	4,17	2,69
2012	CMIG4	2,64	3,45	1,06
2012	CPFE3	7,79	7,55	9,53
2012	CPLE6	2,25	2,24	2,99
2012	CRUZ3	5,16	2,12	1,38
2012	CTIP3			5,74
2012	DASA3	4,83	6,01	6,01
2012	ELPL4	9,15	8,52	5,4
2012	HGTX3	0,35	0,63	
2012	LIGT3	10,22	7,87	8,25
2012	NATU3	4,99	4,84	6,45
2012	OIBR3		2,86	1,55
2012	PCAR4	0,52	0,43	1,61
2012	RDCD3	0,46		2,92

2012	TRPL4	15,39	17,74	16,32
2012	VIVT4	17,45	13,89	12,09
2013	AMBV4	12,91	11,38	10,43
2013	BRFS3			3,96
2013	BRPR3		7,02	4,63
2013	CCRO3	3,38	2,69	3,15
2013	CIEL3	5,93	5,93	8,49
2013	CPFE3	7,47	8,79	5,66
2013	CPLE6	0,99		0,14
2013	CRUZ3	3,46	4,56	5,06
2013	CTIP3	6,3	7,12	5,31
2013	DASA3	5,12	4,65	4,84
2013	ELPL4	4,32	1,6	0,47
2013	EMBR3	0,86		1,47
2013	ENBR3	11,41	9,89	8,86
2013	KLBN4			0,06
2013	KROT3			7,57
2013	LIGT3	7,21	3,98	1,22
2013	NATU3	6,98	6,13	5,74
2013	OIBR3	1,91		
2013	PCAR4	3,75	3,92	2,2
2013	TRPL4	7,78	7,27	6,53
2013	UGPA3		6,55	6,48
2013	VIVT4	10,22	8,52	7,73
2014	ABEV3	9,27	9,67	6,9
2014	BRFS3	2,02	3,57	5,63
2014	BRPR3	1,64	1,16	1,85
2014	CIEL3	7,71	11,62	10,74
2014	CPFE3	1,95		
2014	CRUZ3	2,88	4,77	5
2014	CSAN3			2,52
2014	CTIP3	6,11	9,28	9,61
2014	DASA3	3,67		
2014	ECOR3	8,68	7,35	7,15
2014	ELPL4	0,74	0,82	
2014	EMBR3	1,15	1,59	3,13

2014	ENBR3	6,43	4,51	2,1
2014	ESTC3	2,69	3,2	4,77
2014	KROT3	6,23	4,36	1,25
2014	LIGT3	0,6		
2014	NATU3	5,85	5,38	3,94
2014	PCAR4	1,51	2,29	3,81
2014	POMO4			1,88
2014	QUAL3	3,34	3,43	5,62
2014	RENT3			0,82
2014	SUZB5			0,1
2014	TBLE3	17,96	16,93	14,57
2014	TIMP3			0,47
2014	UGPA3	4,62	3,49	2,14
2014	VALE5			0,97
2014	VIVT4	4,95	6,58	5,03
2015	ABEV3	3,12	4,08	3,21
2015	BRFS3	6,54	6,28	8,98
2015	BRPR3		0,88	0,84
2015	CIEL3	9,71	8,37	4,96
2015	CRUZ3	3,83	2,33	4,83
2015	CTIP3	11,81	8,21	11,13
2015	ECOR3	1,96		
2015	EMBR3	7,92	8,4	8,64
2015	ENBR3	1,26		
2015	EQTL3			10,77
2015	ESTC3	4,85	1,87	2,17
2015	FIBR3	2,53	0,49	3,25
2015	HGTX3			1,68
2015	HYPE3			0,33
2015	KLBN11	0,75	10,18	6,5
2015	MULT3	1,5	0,14	
2015	NATU3	2,6	1,41	0,22
2015	PCAR4	7,43	6,67	5,02
2015	POMO4	0,14	0,05	
2015	QUAL3	7,32	7,08	1,77
2015	RADL3			8,08

2015	RENT3	0,41	0,35	
2015	SANB11	0,24	0,19	0,64
2015	SMLE3		11,46	8,52
2015	SUZB5	2,73	4,24	4,57
2015	TBLE3	13,33	8,03	0,48
2015	VALE5	1,5	0,98	
2015	VIVT4	8,52	8,31	3,41

APÊNDICE C – Série temporal da CMV com aporte mensal

Mês	Taxa	Aporte [R\$]	Rendimen to [R\$]	Valor inicial [R\$]	Valor final [R\$]
1	-	1000	0,00	0,00	1000,00
2	-1,93%	1000	-19,30	1000,00	1980,70
3	-1,64%	1000	-32,50	1980,70	2948,21
4	-0,48%	1000	-14,25	2948,21	3933,96
5	-5,13%	1000	-201,89	3933,96	4732,07
6	3,71%	1000	175,78	4732,07	5907,84
7	14,89%	1000	879,44	5907,84	7787,28
8	1,48%	1000	115,47	7787,28	8902,75
9	7,77%	1000	691,43	8902,75	10594,18
10	-5,24%	1000	-555,13	10594,18	11039,05
11	-0,38%	1000	-41,97	11039,05	11997,08
12	-8,88%	1000	-1065,44	11997,08	11931,64
13	16,25%	1000	1938,37	11931,64	14870,01
14	9,67%	1000	1438,53	14870,01	17308,53
15	-3,16%	1000	-547,57	17308,53	17760,96
16	-4,47%	1000	-793,76	17760,96	17967,20
17	7,41%	1000	1330,84	17967,20	20298,04
18	0,95%	1000	192,75	20298,04	21490,79
19	2,46%	1000	528,78	21490,79	23019,58
20	-6,52%	1000	-1500,21	23019,58	22519,36
21	-7,39%	1000	-1665,18	22519,36	21854,18
22	-21,81%	1000	-4766,84	21854,18	18087,34
23	19,90%	1000	3599,61	18087,34	22686,95
24	13,46%	1000	3052,74	22686,95	26739,70
25	3,47%	1000	928,64	26739,70	28668,34
26	-2,26%	1000	-647,63	28668,34	29020,70
27	12,47%	1000	3619,57	29020,70	33640,27
28	0,37%	1000	124,78	33640,27	34765,05
29	2,34%	1000	813,28	34765,05	36578,33
30	4,76%	1000	1741,85	36578,33	39320,17
31	-5,20%	1000	-2044,47	39320,17	38275,70

32	-3,04%	1000	-1162,24	38275,70	38113,46
33	0,91%	1000	345,86	38113,46	39459,32
34	-1,72%	1000	-677,39	39459,32	39781,94
35	10,39%	1000	4135,06	39781,94	44916,99
36	2,29%	1000	1027,57	44916,99	46944,56
37	5,90%	1000	2769,90	46944,56	50714,46
38	-4,15%	1000	-2102,33	50714,46	49612,13
39	-0,46%	1000	-230,25	49612,13	50381,88
40	6,09%	1000	3067,00	50381,88	54448,88
41	2,68%	1000	1460,13	54448,88	56909,01
42	4,64%	1000	2639,76	56909,01	60548,77
43	3,31%	1000	2006,67	60548,77	63555,44
44	10,36%	1000	6586,15	63555,44	71141,59
45	14,76%	1000	10498,44	71141,59	82640,03
46	5,24%	1000	4327,12	82640,03	87967,15
47	5,35%	1000	4710,42	87967,15	93677,57
48	7,19%	1000	6732,85	93677,57	101410,42
49	20,04%	1000	20320,14	101410,42	122730,56
50	-4,35%	1000	-5344,43	122730,56	118386,14
51	7,84%	1000	9279,80	118386,14	128665,94
52	-5,38%	1000	-6918,40	128665,94	122747,54
53	-12,04%	1000	-14784,84	122747,54	108962,69
54	8,50%	1000	9264,70	108962,69	119227,39
55	1,66%	1000	1982,52	119227,39	122209,91
56	6,04%	1000	7379,98	122209,91	130589,89
57	0,76%	1000	994,26	130589,89	132584,15
58	8,75%	1000	11598,00	132584,15	145182,15
59	-0,84%	1000	-1213,12	145182,15	144969,03
60	6,80%	1000	9864,75	144969,03	155833,78
61	7,96%	1000	12404,52	155833,78	169238,30
62	-6,23%	1000	-10538,59	169238,30	159699,71
63	11,82%	1000	18868,90	159699,71	179568,61
64	-3,99%	1000	-7158,91	179568,61	173409,70
65	-10,72%	1000	-18588,52	173409,70	155821,18
66	5,55%	1000	8646,84	155821,18	165468,02
67	-0,43%	1000	-713,26	165468,02	165754,76

68	4,71%	1000	7810,93	165754,76	174565,68
69	3,55%	1000	6196,44	174565,68	181762,12
70	11,89%	1000	21604,33	181762,12	204366,45
71	-3,97%	1000	-8123,21	204366,45	197243,24
72	6,33%	1000	12482,30	197243,24	210725,54
73	1,58%	1000	3321,90	210725,54	215047,44
74	9,16%	1000	19699,96	215047,44	235747,40
75	3,22%	1000	7590,34	235747,40	244337,74
76	2,25%	1000	5506,42	244337,74	250844,16
77	3,17%	1000	7956,44	250844,16	259800,60
78	-5,35%	1000	-13901,82	259800,60	246898,78
79	-0,55%	1000	-1358,78	246898,78	246540,00
80	-1,16%	1000	-2869,93	246540,00	244670,07
81	4,98%	1000	12174,00	244670,07	257844,07
82	0,19%	1000	500,33	257844,07	259344,40
83	3,60%	1000	9329,10	259344,40	269673,49
84	4,61%	1000	12428,15	269673,49	283101,64
85	8,91%	1000	25227,26	283101,64	309328,91
86	-3,45%	1000	-10684,11	309328,91	299644,79
87	-1,24%	1000	-3704,84	299644,79	296939,95
88	3,66%	1000	10866,07	296939,95	308806,02
89	6,37%	1000	19658,59	308806,02	329464,61
90	5,74%	1000	18900,20	329464,61	349364,81
91	4,53%	1000	15831,16	349364,81	366195,97
92	-8,16%	1000	-29881,40	366195,97	337314,57
93	0,32%	1000	1078,59	337314,57	339393,16
94	6,42%	1000	21777,48	339393,16	362170,63
95	0,00%	1000	4,05	362170,63	363174,68
96	-2,27%	1000	-8237,88	363174,68	355936,81
97	-1,62%	1000	-5777,76	355936,81	351159,05
98	-1,43%	1000	-5017,14	351159,05	347141,91
99	2,18%	1000	7574,66	347141,91	355716,57
100	-1,42%	1000	-5065,59	355716,57	351650,98
101	4,41%	1000	15521,17	351650,98	368172,14
102	-4,49%	1000	-16527,78	368172,14	352644,36
103	-12,21%	1000	-43068,80	352644,36	310575,56

104	0,14%	1000	431,06	310575,56	312006,62
105	5,00%	1000	15598,02	312006,62	328604,64
106	-6,10%	1000	-20049,67	328604,64	309554,97
107	-16,16%	1000	-50018,94	309554,97	260536,03
108	1,66%	1000	4328,59	260536,03	265864,61
109	10,23%	1000	27186,30	265864,61	294050,91
110	-7,25%	1000	-21332,67	294050,91	273718,24
111	-5,71%	1000	-15633,97	273718,24	259084,27
112	12,07%	1000	31268,18	259084,27	291352,45
113	14,32%	1000	41728,62	291352,45	334081,07
114	3,58%	1000	11957,31	334081,07	347038,38
115	-7,05%	1000	-24470,15	347038,38	323568,23
116	4,15%	1000	13418,50	323568,23	337986,73
117	-0,14%	1000	-480,19	337986,73	338506,54
118	2,36%	1000	7977,16	338506,54	347483,69
119	0,15%	1000	526,07	347483,69	349009,76
120	3,90%	1000	13606,85	349009,76	363616,61
121	4,59%	1000	16684,69	363616,61	381301,30
122	-3,08%	1000	-11743,60	381301,30	370557,70
123	0,50%	1000	1854,62	370557,70	373412,31
124	0,52%	1000	1934,55	373412,31	376346,86
125	3,00%	1000	11292,44	376346,86	388639,30
126	-5,29%	1000	-20550,58	388639,30	369088,71
127	2,09%	1000	7700,24	369088,71	377788,95
128	7,65%	1000	28917,36	377788,95	407706,31
129	0,99%	1000	4028,54	407706,31	412734,85
130	3,65%	1000	15069,23	412734,85	428804,08
131	3,59%	1000	15411,35	428804,08	445215,42
132	-1,02%	1000	-4544,30	445215,42	441671,12
133	0,62%	1000	2735,60	441671,12	445406,72
134	-9,09%	1000	-40493,20	445406,72	405913,52
135	-0,23%	1000	-926,82	405913,52	405986,70
136	8,77%	1000	35587,27	405986,70	442573,98
137	-1,77%	1000	-7830,64	442573,98	435743,33
138	-0,80%	1000	-3496,46	435743,33	433246,87
139	1,94%	1000	8408,90	433246,87	442655,77

140	-5,60%	1000	-24782,40	442655,77	418873,37
141	3,20%	1000	13424,05	418873,37	433297,42
142	-7,78%	1000	-33710,80	433297,42	400586,62
143	8,59%	1000	34410,99	400586,62	435997,61
144	4,00%	1000	17451,92	435997,61	454449,54
145	6,29%	1000	28591,04	454449,54	484040,58
146	-0,11%	1000	-532,65	484040,58	484507,93
147	5,70%	1000	27617,48	484507,93	513125,41
148	5,47%	1000	28085,07	513125,41	542210,48
149	0,16%	1000	874,67	542210,48	544085,16
150	-7,86%	1000	-42764,19	544085,16	502320,97
151	4,97%	1000	24973,04	502320,97	528294,00
152	-3,63%	1000	-19180,03	528294,00	510113,98
153	-5,96%	1000	-30409,96	510113,98	480704,02
154	-2,28%	1000	-10937,76	480704,02	470766,26
155	-1,84%	1000	-8652,96	470766,26	463113,29
156	-0,93%	1000	-4311,72	463113,29	459801,57
157	5,78%	1000	26587,71	459801,57	487389,28
158	-0,07%	1000	-336,89	487389,28	488052,40
159	-3,24%	1000	-15835,89	488052,40	473216,51
160	-0,99%	1000	-4664,18	473216,51	469552,33
161	0,01%	1000	54,13	469552,33	470606,45
162	0,54%	1000	2541,05	470606,45	474147,50
163	-4,36%	1000	-20662,42	474147,50	454485,08
164	1,28%	1000	5809,12	454485,08	461294,20
165	-1,75%	1000	-8086,11	461294,20	454208,09
166	3,89%	1000	17678,07	454208,09	472886,16
167	0,13%	1000	631,46	472886,16	474517,62
168	-0,71%	1000	-3360,09	474517,62	472157,53
169	-1,62%	1000	-7649,37	472157,53	465508,16
170	-7,58%	1000	-35281,09	465508,16	431227,07
171	2,54%	1000	10943,62	431227,07	443170,70
172	7,49%	1000	33177,62	443170,70	477348,31
173	1,82%	1000	8687,11	477348,31	487035,43
174	2,18%	1000	10615,54	487035,43	498650,96
175	4,03%	1000	20119,18	498650,96	519770,14

176	-0,85%	1000	-4397,80	519770,14	516372,34
177	4,49%	1000	23182,66	516372,34	540555,00
178	-7,54%	1000	-40732,49	540555,00	500822,51
179	3,25%	1000	16297,39	500822,51	518119,90
180	0,47%	1000	2416,95	518119,90	521536,85
181	-4,51%	1000	-23505,65	521536,85	499031,19
182	1,17%	1000	5838,22	499031,19	505869,42
183	4,74%	1000	24002,22	505869,42	530871,64
184	1,29%	1000	6825,00	530871,64	538696,64
185	3,72%	1000	20015,08	538696,64	559711,72
186	-3,71%	1000	-20774,32	559711,72	539937,40
187	0,13%	1000	720,51	539937,40	541657,91
188	2,43%	1000	13164,70	541657,91	555822,61
189	-9,49%	1000	-52772,33	555822,61	504050,28
190	0,16%	1000	827,07	504050,28	505877,36
191	0,33%	1000	1647,56	505877,36	508524,92
192	2,54%	1000	12921,58	508524,92	522446,49

APÊNDICE D – Série temporal da CCDI com aporte mensal

Mês	Taxa	Aporte [R\$]	Rendimento [R\$]	Valor inicial [R\$]	Valor final [R\$]
1	-	1000	0,00	0,00	1000,00
2	0,99%	1000	9,86	1000,00	2009,86
3	1,44%	1000	28,94	2009,86	3038,81
4	1,44%	1000	43,76	3038,81	4082,57
5	1,28%	1000	52,26	4082,57	5134,82
6	1,49%	1000	76,41	5134,82	6211,23
7	1,39%	1000	86,06	6211,23	7297,29
8	1,30%	1000	95,04	7297,29	8392,33
9	1,40%	1000	117,07	8392,33	9509,40
10	1,22%	1000	115,73	9509,40	10625,14
11	1,28%	1000	135,95	10625,14	11761,08
12	1,22%	1000	142,96	11761,08	12904,05
13	1,19%	1000	154,04	12904,05	14058,09
14	1,26%	1000	176,93	14058,09	15235,02
15	1,01%	1000	153,81	15235,02	16388,82
16	1,25%	1000	204,85	16388,82	17593,67
17	1,18%	1000	207,74	17593,67	18801,41
18	1,33%	1000	250,73	18801,41	20052,13
19	1,27%	1000	255,28	20052,13	21307,42
20	1,50%	1000	319,93	21307,42	22627,35
21	1,60%	1000	362,31	22627,35	23989,66
22	1,32%	1000	317,37	23989,66	25307,03
23	1,53%	1000	388,22	25307,03	26695,24
24	1,39%	1000	371,94	26695,24	28067,18
25	1,39%	1000	391,13	28067,18	29458,32
26	1,53%	1000	450,71	29458,32	30909,03
27	1,25%	1000	385,58	30909,03	32294,61
28	1,37%	1000	442,42	32294,61	33737,03
29	1,48%	1000	500,30	33737,03	35237,33

30	1,40%	1000	494,61	35237,33	36731,94
31	1,31%	1000	481,10	36731,94	38213,04
32	1,53%	1000	586,12	38213,04	39799,15
33	1,45%	1000	577,09	39799,15	41376,24
34	1,38%	1000	571,31	41376,24	42947,55
35	1,64%	1000	704,95	42947,55	44652,50
36	1,53%	1000	684,75	44652,50	46337,25
37	1,73%	1000	803,53	46337,25	48140,78
38	1,97%	1000	946,18	48140,78	50086,96
39	1,83%	1000	915,34	50086,96	52002,29
40	1,77%	1000	922,11	52002,29	53924,41
41	1,87%	1000	1006,21	53924,41	55930,61
42	1,96%	1000	1095,88	55930,61	58026,49
43	1,85%	1000	1073,94	58026,49	60100,43
44	2,08%	1000	1247,47	60100,43	62347,91
45	1,76%	1000	1100,19	62347,91	64448,10
46	1,67%	1000	1075,72	64448,10	66523,82
47	1,63%	1000	1086,45	66523,82	68610,27
48	1,34%	1000	918,07	68610,27	70528,34
49	1,37%	1000	963,20	70528,34	72491,54
50	1,26%	1000	913,81	72491,54	74405,35
51	1,08%	1000	803,30	74405,35	76208,65
52	1,37%	1000	1047,42	76208,65	78256,07
53	1,17%	1000	919,26	78256,07	80175,33
54	1,22%	1000	982,03	80175,33	82157,36
55	1,22%	1000	1005,25	82157,36	84162,61
56	1,28%	1000	1078,78	84162,61	86241,39
57	1,29%	1000	1109,14	86241,39	88350,53
58	1,24%	1000	1099,19	88350,53	90449,72
59	1,21%	1000	1092,74	90449,72	92542,45
60	1,25%	1000	1155,63	92542,45	94698,08
61	1,48%	1000	1401,41	94698,08	97099,50
62	1,38%	1000	1342,68	97099,50	99442,18
63	1,22%	1000	1209,13	99442,18	101651,31
64	1,52%	1000	1547,11	101651,31	104198,42
65	1,41%	1000	1467,13	104198,42	106665,55

66	1,50%	1000	1600,45	106665,55	109266,00
67	1,58%	1000	1731,27	109266,00	111997,27
68	1,51%	1000	1690,90	111997,27	114688,17
69	1,65%	1000	1895,63	114688,17	117583,80
70	1,50%	1000	1763,36	117583,80	120347,16
71	1,40%	1000	1688,85	120347,16	123036,01
72	1,38%	1000	1693,39	123036,01	125729,40
73	1,47%	1000	1844,24	125729,40	128573,63
74	1,43%	1000	1832,96	128573,63	131406,59
75	1,14%	1000	1498,13	131406,59	133904,72
76	1,42%	1000	1899,22	133904,72	136803,94
77	1,08%	1000	1471,13	136803,94	139275,07
78	1,28%	1000	1780,22	139275,07	142055,29
79	1,18%	1000	1679,33	142055,29	144734,62
80	1,17%	1000	1689,00	144734,62	147423,62
81	1,25%	1000	1844,74	147423,62	150268,37
82	1,05%	1000	1582,59	150268,37	152850,95
83	1,09%	1000	1666,26	152850,95	155517,21
84	1,02%	1000	1582,05	155517,21	158099,26
85	0,98%	1000	1556,18	158099,26	160655,44
86	1,08%	1000	1732,51	160655,44	163387,95
87	0,87%	1000	1421,13	163387,95	165809,08
88	1,05%	1000	1738,60	165809,08	168547,68
89	0,94%	1000	1585,40	168547,68	171133,08
90	1,02%	1000	1749,19	171133,08	173882,27
91	0,90%	1000	1567,50	173882,27	176449,78
92	0,97%	1000	1708,29	176449,78	179158,07
93	0,99%	1000	1769,76	179158,07	181927,82
94	0,80%	1000	1456,45	181927,82	184384,27
95	0,92%	1000	1703,85	184384,27	187088,12
96	0,84%	1000	1571,23	187088,12	189659,36
97	0,84%	1000	1592,08	189659,36	192251,44
98	0,92%	1000	1772,46	192251,44	195023,90
99	0,80%	1000	1550,49	195023,90	197574,39
100	0,84%	1000	1656,74	197574,39	200231,13
101	0,90%	1000	1797,72	200231,13	203028,85

102	0,87%	1000	1768,83	203028,85	205797,67
103	0,95%	1000	1951,42	205797,67	208749,10
104	1,06%	1000	2221,60	208749,10	211970,70
105	1,01%	1000	2146,89	211970,70	215117,58
106	1,10%	1000	2363,11	215117,58	218480,70
107	1,17%	1000	2564,81	218480,70	222045,51
108	1,00%	1000	2211,20	222045,51	225256,71
109	1,11%	1000	2502,73	225256,71	228759,43
110	1,04%	1000	2385,48	228759,43	232144,91
111	0,85%	1000	1979,53	232144,91	235124,44
112	0,97%	1000	2272,58	235124,44	238397,02
113	0,84%	1000	1992,06	238397,02	241389,08
114	0,77%	1000	1850,23	241389,08	244239,31
115	0,75%	1000	1835,30	244239,31	247074,61
116	0,78%	1000	1937,27	247074,61	250011,87
117	0,69%	1000	1728,73	250011,87	252740,61
118	0,69%	1000	1747,79	252740,61	255488,39
119	0,69%	1000	1765,94	255488,39	258254,34
120	0,66%	1000	1701,94	258254,34	260956,28
121	0,72%	1000	1889,01	260956,28	263845,28
122	0,66%	1000	1736,65	263845,28	266581,93
123	0,59%	1000	1579,51	266581,93	269161,44
124	0,76%	1000	2037,37	269161,44	272198,82
125	0,66%	1000	1807,29	272198,82	275006,11
126	0,75%	1000	2062,80	275006,11	278068,91
127	0,79%	1000	2199,05	278068,91	281267,96
128	0,86%	1000	2416,69	281267,96	284684,65
129	0,89%	1000	2523,16	284684,65	288207,82
130	0,84%	1000	2434,10	288207,82	291641,92
131	0,81%	1000	2349,66	291641,92	294991,57
132	0,81%	1000	2376,54	294991,57	298368,11
133	0,93%	1000	2766,32	298368,11	302134,43
134	0,86%	1000	2600,14	302134,43	305734,57
135	0,84%	1000	2575,60	305734,57	309310,17
136	0,92%	1000	2842,10	309310,17	313152,27
137	0,84%	1000	2626,72	313152,27	316778,99

138	0,99%	1000	3121,12	316778,99	320900,11
139	0,95%	1000	3057,11	320900,11	324957,22
140	0,97%	1000	3141,03	324957,22	329098,25
141	1,07%	1000	3529,20	329098,25	333627,45
142	0,94%	1000	3135,40	333627,45	337762,84
143	0,88%	1000	2974,82	337762,84	341737,66
144	0,86%	1000	2934,21	341737,66	345671,87
145	0,90%	1000	3127,18	345671,87	349799,05
146	0,89%	1000	3096,77	349799,05	353895,82
147	0,74%	1000	2624,46	353895,82	357520,28
148	0,81%	1000	2889,82	357520,28	361410,10
149	0,70%	1000	2529,54	361410,10	364939,64
150	0,73%	1000	2673,12	364939,64	368612,76
151	0,64%	1000	2353,90	368612,76	371966,66
152	0,68%	1000	2512,32	371966,66	375478,98
153	0,69%	1000	2577,87	375478,98	379056,86
154	0,54%	1000	2036,23	379056,86	382093,08
155	0,61%	1000	2320,40	382093,08	385413,48
156	0,54%	1000	2098,55	385413,48	388512,03
157	0,53%	1000	2075,58	388512,03	391587,61
158	0,59%	1000	2297,19	391587,61	394884,80
159	0,48%	1000	1901,67	394884,80	397786,46
160	0,54%	1000	2138,93	397786,46	400925,40
161	0,60%	1000	2408,93	400925,40	404334,33
162	0,58%	1000	2364,78	404334,33	407699,11
163	0,59%	1000	2413,35	407699,11	411112,46
164	0,71%	1000	2913,94	411112,46	415026,40
165	0,70%	1000	2887,71	415026,40	418914,11
166	0,70%	1000	2928,82	418914,11	422842,93
167	0,80%	1000	3396,99	422842,93	427239,91
168	0,71%	1000	3035,62	427239,91	431275,54
169	0,78%	1000	3365,59	431275,54	435641,13
170	0,84%	1000	3658,40	435641,13	440299,53
171	0,78%	1000	3446,10	440299,53	444745,63
172	0,76%	1000	3379,84	444745,63	449125,47
173	0,82%	1000	3662,41	449125,47	453787,89

174	0,86%	1000	3894,86	453787,89	458682,75
175	0,82%	1000	3749,31	458682,75	463432,06
176	0,94%	1000	4358,24	463432,06	468790,30
177	0,86%	1000	4029,39	468790,30	473819,68
178	0,90%	1000	4267,14	473819,68	479086,83
179	0,94%	1000	4526,40	479086,83	484613,23
180	0,84%	1000	4060,36	484613,23	489673,59
181	0,96%	1000	4680,50	489673,59	495354,09
182	0,93%	1000	4603,55	495354,09	500957,64
183	0,82%	1000	4100,46	500957,64	506058,11
184	1,04%	1000	5243,39	506058,11	512301,50
185	0,95%	1000	4858,03	512301,50	518159,52
186	0,98%	1000	5097,88	518159,52	524257,41
187	1,07%	1000	5587,69	524257,41	530845,10
188	1,18%	1000	6249,73	530845,10	538094,83
189	1,11%	1000	5959,33	538094,83	545054,16
190	1,11%	1000	6036,41	545054,16	552090,56
191	1,11%	1000	6115,69	552090,56	559206,26
192	1,06%	1000	5900,61	559206,26	566106,86

APÊNDICE E – Série temporal da CIBOV com aportes mensais

Mês	Taxa	Aporte [R\$]	Rendi- mento [R\$]	Valor inicial [R\$]	Valor final [R\$]
1	0	1000	0,00	0,00	1000,00
2	5,00%	1000	50,01	1000,00	2050,01
3	4,80%	1000	98,37	2050,01	3148,38
4	-9,60%	1000	-302,33	3148,38	3846,05
5	0,71%	1000	27,31	3846,05	4873,36
6	13,69%	1000	667,29	4873,36	6540,65
7	-7,47%	1000	-488,87	6540,65	7051,78
8	7,28%	1000	513,54	7051,78	8565,32
9	2,01%	1000	172,47	8565,32	9737,79
10	-3,36%	1000	-327,29	9737,79	10410,51
11	-6,53%	1000	-679,53	10410,51	10730,98
12	11,63%	1000	1248,54	10730,98	12979,52
13	13,35%	1000	1733,18	12979,52	15712,70
14	-6,49%	1000	-1020,06	15712,70	15692,63
15	-6,89%	1000	-1081,55	15692,63	15611,09
16	3,53%	1000	551,14	15611,09	17162,23
17	1,59%	1000	272,05	17162,23	18434,28
18	-1,67%	1000	-307,85	18434,28	19126,42
19	-2,70%	1000	-516,79	19126,42	19609,63
20	-3,81%	1000	-747,93	19609,63	19861,70
21	-10,51%	1000	-2088,38	19861,70	18773,32
22	5,88%	1000	1103,88	18773,32	20877,19
23	4,67%	1000	974,28	20877,19	22851,48
24	3,73%	1000	853,40	22851,48	24704,88
25	-4,04%	1000	-997,69	24704,88	24707,19
26	11,67%	1000	2883,96	24707,19	28591,15
27	-1,89%	1000	-541,18	28591,15	29049,97
28	-0,13%	1000	-38,71	29049,97	30011,26
29	-0,52%	1000	-155,14	30011,26	30856,12

30	-8,31%	1000	-2563,88	30856,12	29292,24
31	-9,37%	1000	-2745,09	29292,24	27547,15
32	4,62%	1000	1271,60	27547,15	29818,75
33	-11,05%	1000	-3296,38	29818,75	27522,37
34	17,04%	1000	4689,82	27522,37	33212,19
35	0,28%	1000	93,50	33212,19	34305,69
36	5,32%	1000	1824,71	34305,69	37130,41
37	-5,23%	1000	-1943,35	37130,41	36187,06
38	-2,28%	1000	-825,25	36187,06	36361,81
39	4,83%	1000	1755,42	36361,81	39117,23
40	5,87%	1000	2297,45	39117,23	42414,68
41	4,72%	1000	2000,65	42414,68	45415,33
42	-2,71%	1000	-1229,50	45415,33	45185,83
43	6,07%	1000	2744,51	45185,83	48930,34
44	10,26%	1000	5019,87	48930,34	54950,21
45	2,17%	1000	1195,14	54950,21	57145,34
46	8,68%	1000	4960,77	57145,34	63106,11
47	8,04%	1000	5076,62	63106,11	69182,73
48	14,27%	1000	9869,11	69182,73	80051,84
49	-2,81%	1000	-2247,29	80051,84	78804,55
50	2,14%	1000	1685,18	78804,55	81489,73
51	1,52%	1000	1234,74	81489,73	83724,47
52	-12,55%	1000	-10509,65	83724,47	74214,82
53	2,18%	1000	1618,46	74214,82	76833,28
54	5,64%	1000	4334,70	76833,28	82167,98
55	5,78%	1000	4751,85	82167,98	87919,82
56	6,00%	1000	5277,91	87919,82	94197,73
57	7,03%	1000	6621,55	94197,73	101819,28
58	0,96%	1000	977,45	101819,28	103796,73
59	6,25%	1000	6487,16	103796,73	111283,89
60	6,20%	1000	6900,36	111283,89	119184,25
61	-4,16%	1000	-4958,43	119184,25	115225,82
62	13,99%	1000	16124,74	115225,82	132350,56
63	-5,33%	1000	-7054,17	132350,56	126296,39
64	-10,14%	1000	-12801,40	126296,39	114494,99
65	4,31%	1000	4935,29	114494,99	120430,28

66	2,04%	1000	2451,27	120430,28	123881,55
67	3,85%	1000	4771,62	123881,55	129653,16
68	8,02%	1000	10395,13	129653,16	141048,30
69	11,65%	1000	16437,61	141048,30	158485,90
70	-4,92%	1000	-7793,52	158485,90	151692,39
71	6,89%	1000	10457,46	151692,39	163149,84
72	4,04%	1000	6598,62	163149,84	170748,47
73	17,16%	1000	29306,38	170748,47	201054,85
74	-0,73%	1000	-1460,77	201054,85	200594,08
75	-1,50%	1000	-3003,40	200594,08	198590,68
76	7,89%	1000	15660,51	198590,68	215251,19
77	-7,54%	1000	-16237,52	215251,19	200013,67
78	-0,92%	1000	-1848,83	200013,67	199164,84
79	1,69%	1000	3356,26	199164,84	203521,10
80	-1,96%	1000	-3982,39	203521,10	200538,71
81	3,92%	1000	7865,18	200538,71	209403,89
82	6,02%	1000	12615,54	209403,89	223019,43
83	6,52%	1000	14543,62	223019,43	238563,06
84	5,94%	1000	14160,23	238563,06	253723,29
85	4,11%	1000	10424,52	253723,29	265147,81
86	-2,47%	1000	-6555,49	265147,81	259592,32
87	3,93%	1000	10204,83	259592,32	270797,14
88	5,84%	1000	15816,86	270797,14	287614,00
89	8,49%	1000	24432,57	287614,00	313046,57
90	2,22%	1000	6946,68	313046,57	320993,25
91	0,36%	1000	1147,24	320993,25	323140,49
92	1,05%	1000	3405,38	323140,49	327545,86
93	11,82%	1000	38716,80	327545,86	367262,66
94	8,10%	1000	29749,61	367262,66	398012,27
95	-3,19%	1000	-12690,98	398012,27	386321,29
96	1,69%	1000	6532,07	386321,29	393853,36
97	-7,97%	1000	-31383,90	393853,36	363469,46
98	6,89%	1000	25057,46	363469,46	389526,91
99	-5,49%	1000	-21392,64	389526,91	369134,27
100	9,86%	1000	36392,40	369134,27	406526,67
101	7,29%	1000	29617,28	406526,67	437143,95

102	-9,31%	1000	-40681,42	437143,95	397462,53
103	-9,29%	1000	-36910,87	397462,53	361551,67
104	-5,71%	1000	-20652,46	361551,67	341899,20
105	-5,54%	1000	-18949,28	341899,20	323949,93
106	-24,28%	1000	-78669,10	323949,93	246280,83
107	-0,86%	1000	-2128,74	246280,83	245152,09
108	2,25%	1000	5512,94	245152,09	251665,03
109	3,03%	1000	7620,76	251665,03	260285,79
110	-0,36%	1000	-949,20	260285,79	260336,59
111	5,49%	1000	14291,34	260336,59	275627,93
112	11,08%	1000	30539,29	275627,93	307167,22
113	10,11%	1000	31039,38	307167,22	339206,60
114	-4,14%	1000	-14050,07	339206,60	326156,53
115	3,46%	1000	11287,91	326156,53	338444,44
116	2,24%	1000	7568,59	338444,44	347013,03
117	8,27%	1000	28692,51	347013,03	376705,54
118	0,19%	1000	724,67	376705,54	378430,21
119	7,82%	1000	29594,75	378430,21	409024,97
120	1,84%	1000	7508,29	409024,97	417533,26
121	-0,38%	1000	-1575,36	417533,26	416957,90
122	0,30%	1000	1255,33	416957,90	419213,23
123	4,44%	1000	18609,98	419213,23	438823,22
124	-3,70%	1000	-16224,91	438823,22	423598,30
125	-4,75%	1000	-20122,22	423598,30	404476,08
126	-3,93%	1000	-15899,64	404476,08	389576,45
127	10,99%	1000	42831,93	389576,45	433408,38
128	-3,41%	1000	-14761,19	433408,38	419647,19
129	18,78%	1000	78819,89	419647,19	499467,08
130	1,67%	1000	8334,32	499467,08	508801,40
131	-3,44%	1000	-17493,11	508801,40	492308,29
132	3,53%	1000	17376,56	492308,29	510684,84
133	-3,18%	1000	-16214,27	510684,84	495470,57
134	2,99%	1000	14813,29	495470,57	511283,86
135	1,05%	1000	5357,76	511283,86	517641,62
136	-3,64%	1000	-18857,73	517641,62	499783,88
137	-3,03%	1000	-15135,75	499783,88	485648,13

138	-1,12%	1000	-5446,37	485648,13	481201,76
139	-5,62%	1000	-27060,67	481201,76	455141,09
140	-3,67%	1000	-16681,54	455141,09	439459,55
141	-3,66%	1000	-16102,60	439459,55	424356,95
142	7,83%	1000	33239,70	424356,95	458596,65
143	-0,77%	1000	-3548,22	458596,65	456048,43
144	1,50%	1000	6828,16	456048,43	463876,59
145	7,91%	1000	36682,36	463876,59	501558,95
146	3,86%	1000	19359,09	501558,95	521918,05
147	-0,25%	1000	-1326,44	521918,05	521591,61
148	-3,89%	1000	-20303,76	521591,61	502287,85
149	-9,00%	1000	-45206,35	502287,85	458081,50
150	0,15%	1000	699,74	458081,50	459781,24
151	2,61%	1000	11984,27	459781,24	472765,51
152	-0,72%	1000	-3408,66	472765,51	470356,85
153	2,12%	1000	9979,79	470356,85	481336,63
154	-0,03%	1000	-143,68	481336,63	482192,96
155	0,36%	1000	1737,83	482192,96	484930,79
156	6,76%	1000	32767,98	484930,79	518698,78
157	-0,90%	1000	-4675,25	518698,78	515023,53
158	-3,26%	1000	-16770,42	515023,53	499253,10
159	0,75%	1000	3719,55	499253,10	503972,66
160	-0,36%	1000	-1802,42	503972,66	503170,23
161	-0,97%	1000	-4885,49	503170,23	499284,74
162	-8,72%	1000	-43518,61	499284,74	456766,13
163	2,20%	1000	10064,00	456766,13	467830,14
164	0,75%	1000	3507,59	467830,14	472337,72
165	5,90%	1000	27851,99	472337,72	501189,71
166	5,10%	1000	25538,10	501189,71	527727,81
167	-2,38%	1000	-12544,01	527727,81	516183,80
168	-2,95%	1000	-15223,86	516183,80	501959,93
169	-4,57%	1000	-22945,05	501959,93	480014,88
170	-0,79%	1000	-3814,57	480014,88	477200,31
171	6,25%	1000	29845,06	477200,31	508045,37
172	2,03%	1000	10335,30	508045,37	519380,66
173	-1,96%	1000	-10180,79	519380,66	510199,87

174	3,12%	1000	15930,77	510199,87	527130,64
175	3,90%	1000	20555,08	527130,64	548685,72
176	9,14%	1000	50126,26	548685,72	599811,98
177	-10,99%	1000	-65916,95	599811,98	534895,03
178	0,03%	1000	148,93	534895,03	536043,97
179	0,63%	1000	3392,02	536043,97	540435,98
180	-8,42%	1000	-45518,21	540435,98	495917,77
181	-4,37%	1000	-21667,08	495917,77	475250,69
182	8,77%	1000	41675,80	475250,69	517926,48
183	1,38%	1000	7171,68	517926,48	526098,16
184	7,39%	1000	38854,89	526098,16	565953,05
185	-5,67%	1000	-32077,29	565953,05	534875,76
186	1,26%	1000	6731,28	534875,76	542607,05
187	-3,55%	1000	-19271,45	542607,05	524335,60
188	-7,84%	1000	-41117,69	524335,60	484217,91
189	-3,07%	1000	-14875,65	484217,91	470342,26
190	-1,26%	1000	-5933,04	470342,26	465409,22
191	-1,21%	1000	-5633,63	465409,22	460775,60
192	-4,06%	1000	-18708,67	460775,60	443066,92
