

Hatványozás és gyökvonás

A hatványozás azt jelenti, hogy a számot önmagával szorozzuk meg annyiszor, amennyi a hatványkitevőben van.

$$6^2=6 \cdot 6$$

$$5^6=5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

A gyökvonás a hatványozás ellentéte.

$$\sqrt{4} = 2, \text{ mert } 2^2=4 \text{ vagyis } 2 \cdot 2=4$$

$$\sqrt[5]{243}, \text{ mert } 3^5=243 \text{ vagyis } 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3=243$$

A gyökvonás nem osztás! Gyökvonás helyett nem lehet a gyökkitevővel osztani!

$$\sqrt[5]{243} \neq 243:5 \quad \text{!!!!!!!}$$

A hatványozás és gyökvonás azonosságai

Azonos alapú hatványok szorzásánál a kitevőket **összeadjuk**.

$$3^4 \cdot 3^3 = 3^{3+4} = 3^7 \quad (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3)$$

$$5^2 \cdot 3^9 = 3^{2+9} = 3^{11}$$

Azonos alapú hatványok osztásánál a kitevőket **kivonjuk**.

$$\frac{3^7}{3^4} = 3^{7-4} = 3^3 \quad \frac{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3}{3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3} = 3 \cdot 3 \cdot 3$$

Ha hatványt hatványozunk, akkor a kitevőket **összeszorozzuk**.

$$(2^2)^4 = 2^{2 \cdot 4} = 2^8 \quad (2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$$

A gyökvonás **reciprok kitevőjű** hatványozásnak felel meg.

$$\sqrt[b]{a} = a^{\frac{1}{b}} \quad \sqrt[3]{8} = 8^{\frac{1}{3}} \quad \sqrt[6]{12} = 12^{\frac{1}{6}}$$

Ha hatványból gyököt vonunk, akkor a kitevőket **osztjuk**.

$$\sqrt[5]{3^{10}} = 3^{\frac{10}{5}} = 3^2$$

Bárminek az első hatványa önmaga.

$$a^1 = a \quad 125^1 = 125 \quad 29^1 = 29$$

Bárminek a 0. hatványa 1

$$5^0 = 1 \quad 35^0 = 1 \quad 274^0 = 1 \quad 32768^0 = 1$$

Negatív kitevőjű hatványok

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n} \quad 10^{-3} = \frac{1}{10^3} \quad 8^{-5} = \frac{1}{8^5} \quad 160^{-4} = \frac{1}{160^4}$$

$$\text{vagy: } 10^3 = \frac{1}{10^{-3}} \quad 8^5 = \frac{1}{8^{-5}} \quad 160^4 = \frac{1}{160^{-4}}$$

Különböző alapú de azonos kitevőjű hatványok szorzása, osztása esetén el lehet végezni a szorzást vagy osztást.

$$3^4 \cdot 2^4 = 6^4 \quad (3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 2)$$

$$6^4 : 3^4 = 2^4$$