وقل رب زدني علما

امتحان رياضيات / علامة واقية

نموذج 035581

اسم الطالب/ة	
الصف	11(2) , 11(3)
التاريخ	05.05.2024

تعليمات للامتحان

أ. مدة الامتحان: **اربع ساعات وربع .**

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات :

في هذا النموذج ثلاثة فصول : عليك اختيار اربعة أسئلة فقط, على الأقل سؤال واحد من كل فصل.

الفصل الأول : الجبر, متواليات والاحتمال :

الفصل الثاني : مثلثات وهندسة مستوية :

الفصل الثالث: بحث الدالة المثلثية , تفاضل وتكامل :

المجموع - 100 درجة

ج. **مواد مساعدة يسمح استعمالها:**

1. حاسبة غير بيانية. لا يسمح استعمال إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان .

2. لوائح قوانين (مرفقة).

العلامة النهائية

لمعرفة الإجابات الصحيحة للامتحان الرجاء زيارة موقع المدرسة aljadeedah.org

الأسئلة

عليك اختيار أربعة أسئلة فقط , على الأقل سؤال واحد من كل فصل.

الفصل الأول : الجبر , متواليات والاحتمال (كل سؤال 25 درجة)

.1

خرجت راوية وشيرين في الساعة 9:00 للركض على طول المسار AB .

خرجت راوية من النقطة A وخرجت شيرين من النقطة B . ركضت راوية وشيرين الواحدة باتّجاه الأخرى وَالْتَقَتا في الساعة 9:40 .

ركضت كلّ واحدة منهما بسرعة ثابتة. سرعة ركض راوية كانت 1.4 ضعف سرعة ركض شيرين.

أ. عبِّروا عن طول المسار AB بدلالة سرعة ركض شيرين.

توقّفت راوية في مكان اللقاء لاستراحة لمدّة ساعة، بينما استمرّت شيرين في الركض بنفس السرعة التي ركضت بها قبل ذلك، إلى أن وصلت إلى النقطة A .

فَوْرَ وصول شيرين إلى النقطة A ، ركضت عائدةً إلى النقطة B بسرعة هي 1.5 ضعف سرعتها الابتدائيّة.

فَوْرَ انتهاء راوية من استراحتها، استمرّت في التقدّم مشيًا باتّجاه النقطة B .

سرعة مشي راوية كانت أقلّ بـ 6.6 كم/الساعة من سرعة ركضها.

وصلت راوية وشيرين إلى النقطة B في نفس الساعة بالضبط.

ب. جدوا سرعة الركض الابتدائيّة لشيرين.

جـ. في أيّة ساعات، بعد اللقاء الأوّل، كان البُعد بين راوية وشيرين 3 كم؟ جدوا الإمكانيّتين.

الإجابة: أ. $AB = 1.6x$ **ب.** 9 **كم/الساعة** **ج.** $10:00$, $11:16$

.2

معطاة متوالية حسابيّة A فيها 2n حدود (n هو عدد طبيعيّ).

d هو فرق المتوالية $(d \neq 0)$.

نُعرِّف متوالية إضافيّة B على النحو التالي: $b_k = \frac{a_k + a_{k+1}}{2}$.

في المتوالية B توجد $2n-1$ حدود.

أ. برهنوا أنّ المتوالية B هي متوالية حسابيّة، وعبِّروا بدلالة d عن فرقها.

نرمز بـ S_A إلى مجموع الحدود في المتوالية A .

نرمز بـ S_B إلى مجموع الحدود في المتوالية B .

ب. برهنوا أنّ: $\frac{S_A}{2n} = \frac{S_B}{2n-1}$.

معطى أنّ: $S_A = \frac{66}{65} \cdot S_B$ ، $S_A = 220 + S_B$.

جـ. **(1)** جدوا n .

(2) جدوا مجموع الحدّين الوسطيّين في المتوالية A .

الإجابة: أ. برهان الفرق هو d   ب. برهان   ج.(1) $n = 33$ (2) 440

.3

بهدف القبول للدراسة في كلّيّة جامعيّة معيّنة، يجب على المتسجّل أن يُمتحَن في امتحانين.

الاحتمال بأن ينجح المتسجّل في الامتحان الأوّل هو P $(P > 0.5)$.

إذا نجح المتسجّل في الامتحان الأوّل، عندها يكون الاحتمال بأن ينجح في الامتحان الثاني هو $P + 0.2$.

إذا لم ينجح المتسجّل في الامتحان الأوّل، عندها يكون الاحتمال بأن ينجح في الامتحان الثاني هو $P - 0.3$.

معطى أنّ الاحتمال بأن ينجح المتسجّل بالضبط في امتحان واحد من الامتحانين هو $\frac{11}{50}$.

أ. جدوا P .

بهدف القبول للدراسة في الكلّيّة الجامعيّة، يجب أن ينجح المتسجّل في الامتحانين.

ب. معلوم أنّ متسجّلًا نجح على الأقلّ في امتحان واحد. ما هو الاحتمال بأنّه قُبِل للكلّيّة الجامعيّة؟

امتُحِن ثلاثة متسجّلين في الامتحانين.

جـ. ما هو الاحتمال بأنّه قُبِل متسجّلان من الثلاثة للكلّيّة الجامعيّة وواحد منهم لم ينجح في الامتحانين؟

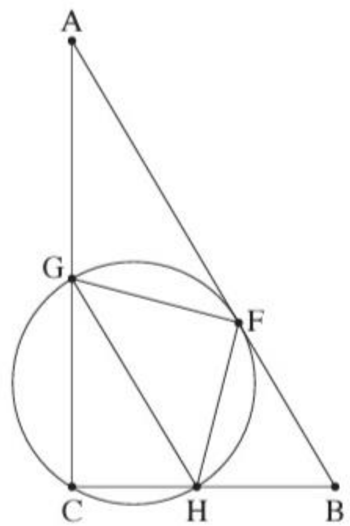
امتُحِن n متسجّلين في الامتحانين $(n \geq 2)$.

د. عبّروا بدلالة n عن الاحتمال بأنّه قُبِل على الأقلّ متسجّل واحد للكلّيّة الجامعيّة وأيضًا لم يُقبَل على الأقلّ متسجّل واحد للكلّيّة الجامعيّة.

الإجابة: أ. $p = 0.65$ ب. 0.7152 ج. 0.2083 د. $1 - ((\frac{221}{400})^n + (\frac{179}{400})^n)$

الفصل الثاني : الهندسة المستوية ومثلثات (كل سؤال 25 درجة)

.4



المثلّث ABC هو مثلّث قائم الزاوية، $\measuredangle ACB = 90^{\circ}$.
النقاط H ، G ، F تقع على الأضلاع AB ، AC ، CB بالتلاؤم،
بحيث يكون الشكل الرباعيّ GCHF محصورًا في دائرة (انظروا الرسم).
معطى أنّ: AB يمسّ الدائرة في النقطة F ،
$AB \parallel GH$.

أ. برهِنوا أنّ: $FG = FH$.

ب. (1) جدوا مقدار الزاوية $\measuredangle ACF$.

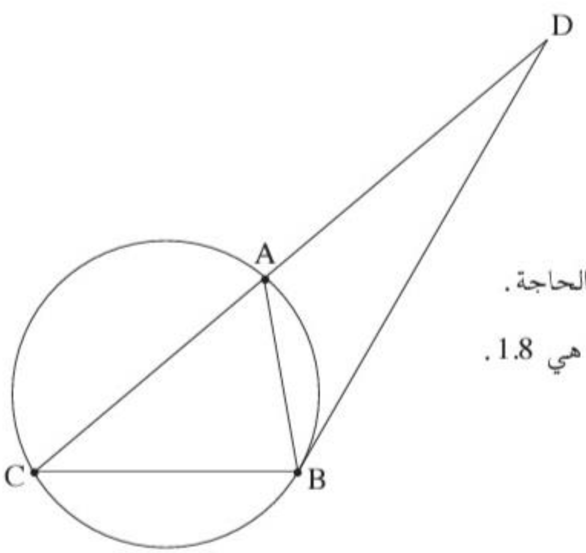
(2) برهِنوا أنّ: $\Delta GFC \sim \Delta FBC$.

قطر الدائرة الذي يخرج من النقطة F يقطع الضلع AC
في النقطة E .

جـ. برهِنوا أنّ: $\measuredangle FEB = \measuredangle FCB$.

الإجابة: أ. برهان ب.(1) 45° (2) برهان ج. برهان

.5



المثلّث ABC محصور في دائرة نصف قطرها R .
المماسّ للدائرة في النقطة B يقطع امتداد الضلع CA
في النقطة D ، كما هو موصوف في الرسم.
نرمز: $\measuredangle ABD = \alpha$.
معطى أنّ: $\measuredangle DBC = 120^{\circ}$.

أ. عبِّروا عن طولَي الضلعين AB وَ BC بدلالة R وَ α ، إذا دعت الحاجة.

معطى أنّ: النسبة بين مساحة المثلّث BDC ومساحة المثلّث BDA هي 1.8 .

ب. جدوا α .

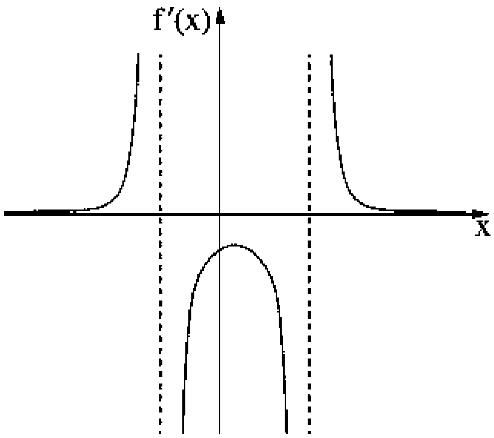
معطى أنّ نصف قطر الدائرة المحصورة في المثلّث BDA هو 5 .

جـ. جدوا R .

الإجابة: أ. $AB = 2R\sin\alpha$, $BC = \sqrt{3}R$ ب. $\alpha = 40.203^{\circ}$ ج. $R = 12.8186$

الفصل الثالث : بحث الدالة المثلثية , التفاضل والتكامل (كل سؤال 25 درجة)

.6



معطاة الدالّة $f(x)$ المعرّفة في المجال $c < x$ ، $b < x < c$ ، $x < b$
والقابلة للاشتقاق في كلّ مجال تعريفها.

الرسم الذي أمامك يصف الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة $f'(x)$.

توجد لدالّة المشتقّة $f'(x)$ نقطة قصوى واحدة فقط وثلاثة
خطوط تقارب معامدة للمحورين: $y = 0$ ، $x = b$ ، $x = c$.

الإحداثيّ x للنقطة القصوى لدالّة المشتقّة $f'(x)$ هو a .

a وَ b وَ c هي پارامترات.

أ. عبّر عن إجاباتك بدلالة a وَ b وَ c ، إذا دعت الحاجة.

(1) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة $f(x)$.

(2) جد مجالات التقعّر باتّجاه الأعلى $(\cup)$ ومجالات التقعّر باتّجاه الأسفل $(\cap)$ للدالّة $f(x)$.

معطى أنّ الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ يمرّ في النقطة $(a, 0)$.

ب. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا ممكنًا للدالّة $f(x)$.

معطى أيضًا أنّ $f(x) = \dfrac{18 - 36x}{(x^2 - x - 6)^2}$.

جـ. جد a وَ b وَ c .

د. **(1)** بيّن أنّه في المجال $b < x < c$ يتحقّق: $f'(x) \cdot (f(x))^2 \leq 0$.

(2) احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة $f'(x) \cdot (f(x))^2$ والمحور x
والمستقيمين $x = 0$ وَ $x = 2a$.

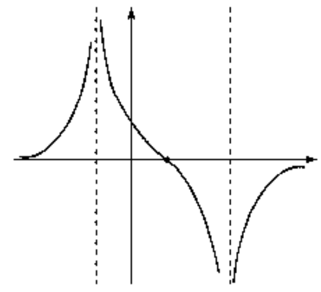
الإجابة:

أ.(1) مجالات تصاعد: $x > 0$ او $x < b$, **مجالات تنازل:** $b < x < c$

(2) مجالات تقعر الى الأعلى: $x < b$ او $b < x < a$,

مجالات تقعر الى الأسفل: $a < x < c$ او $x > c$

أ.



ج. $a = \frac{1}{2}$, $b = -2$, $c = 3$

د. (1) برهان (2) $\frac{1}{12}$

.7

معطاة الدالّة $f(x) = \sin(x) \cdot \cos^3(x)$ المعرَّفة في المجال $-\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{\pi}{2}$.

أ. (1) هل الدالّة $f(x)$ هي زوجيّة أم فرديّة؟ علّلوا.

(2) جدوا إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$ مع المحورين.

(3) جدوا إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ ، وحدّدوا نوع هذه النقاط.

(4) ارسموا رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$.

معطاة الدالّة $g(x) = \frac{1}{\sqrt{f(x)}}$.

ب. (1) جدوا مجال تعريف الدالّة $g(x)$.

(2) جدوا إحداثيّات النقطة القصوى للدالّة $g(x)$.

(3) ارسموا (بخطّ متقطّع) رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $g(x)$ في نفس هيئة المحاور التي رسمتم فيها الرسم البيانيّ للدالّة $f(x)$.

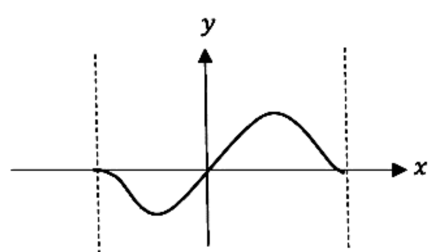
أجيبوا عن البند "جـ" بالنسبة للمجال الذي فيه الدالّتان $f(x)$ وَ $g(x)$ معرَّفتان.

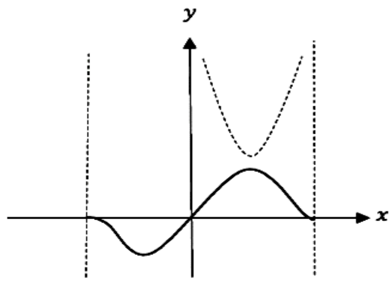
جـ. جدوا أصغر بُعد ممكن بين الدالّتين $f(x)$ وَ $g(x)$.

الإجابة: أ.(1) فردية (2) $\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $(0, 0)$, $\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$

(3) $min\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, $max\left(\frac{\pi}{6}, 0.1875\right)$, $min\left(-\frac{\pi}{6}, -0.1875\right)$, $max\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right)$

(4)

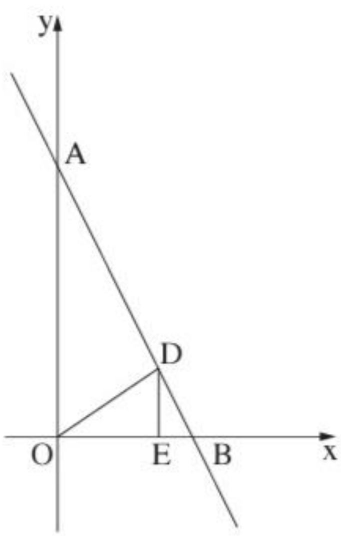




ب.(1) $0 < x < \frac{\pi}{2}$ (2) $min\left(\frac{\pi}{6}, 1.756\right)$ (3)

ج. 1.432

.8



مستقيم ميله -2 يقطع الجزء الموجب للمحور x في النقطة B ،

والجزء الموجب للمحور y في النقطة A .

النقطة D تقع على المستقيم AB في الرُّبع الأوّل.

النقطة E تقع على المحور x بحيث تكون القطعة DE موازية للمحور y .

النقطة O هي نقطة أصل المحاور، كما هو موصوف في الرسم.

نرمز بـ p إلى طول القطعة OE.

معطى أنّ: مساحة المثلّث OED هي $\frac{p}{2}$.

أ. عبِّروا بدلالة p عن معادلة المستقيم AB .

ب. جدوا قيمة p التي بالنسبة لها تكون النسبة بين مساحة المثلّث OED ومساحة المثلّث ABO هي أكبر ما يمكن.

الإجابة: أ. $\mathbf{y = -2x + 1 + 2p}$ **ب.** $\mathbf{p = \frac{1}{2}}$

لائحة قوانين في الرياضيات
٥ وحدات تعليمية

الجبـر

$(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ $\qquad$ $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

$(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$ $\qquad$ $a^3 \pm b^3 = (a \pm b)(a^2 \mp ab + b^2)$

المعادلة التربيعية: $ax^2 + bx + c = 0 \quad (a \neq 0)$ $\qquad$ الجذران: $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

المتواليات:

	المتوالية الحسابية	المتوالية الهندسية
الدستور التراجعي:	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n + d \end{cases}$	$\begin{cases} a_1 = a \\ a_{n+1} = a_n \cdot q \end{cases}$
الحدّ النوني (الحدّ العامّ):	$a_n = a_1 + (n-1)d$	$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$
المجموع:	$S_n = \dfrac{n \cdot (a_1 + a_n)}{2}$	$S_n = \dfrac{a_1(q^n - 1)}{q - 1}$ المجموع اللانهائي: $S = \dfrac{a_1}{1-q}$

التزايد والتضاؤل: بعد مرور الزمن t: $M_t = M_0 \cdot q^t$ ، q – نسبة التزايد (أو التضاؤل) لوحدة زمن

اللوغريثمات:

$\log_b c = \dfrac{\log_a c}{\log_a b}$ ، $a^{\log_a b} = b$ ، $\log_a(a^b) = b$ $\qquad (a, b, c > 0 \ ; \ a, b \neq 1)$

$\log_a(b^t) = t \cdot \log_a b$ ، $\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = \log_a b - \log_a c$ ، $\log_a(b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$

الاحتمال

قانون برنولي – الاحتمال لـِ k نجاحات في n محاولات في التوزيع البينومي عندما

الاحتمال للنجاح هو p: $P_n(k) = \dbinom{n}{k} p^k \cdot (1-p)^{n-k}$ ، $\dbinom{n}{k} = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

الاحتمال المشروط: $P(A/B) = \dfrac{P(A \cap B)}{P(B)}$ $\qquad$ قانون بيس: $P(A/B) = \dfrac{P(B/A) \cdot P(A)}{P(B)}$

حساب المثلثات والهندسة

المتطابقات :

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin\alpha \cdot \cos\beta \pm \cos\alpha \cdot \sin\beta$ $\qquad$ $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cdot \cos\beta \mp \sin\alpha \cdot \sin\beta$

$\sin\alpha + \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\qquad$ $\sin\alpha - \sin\beta = 2\sin\frac{\alpha-\beta}{2}\cos\frac{\alpha+\beta}{2}$

$\cos\alpha + \cos\beta = 2\cos\frac{\alpha+\beta}{2}\cos\frac{\alpha-\beta}{2}$ $\qquad$ $\cos\alpha - \cos\beta = -2\sin\frac{\alpha+\beta}{2}\sin\frac{\alpha-\beta}{2}$

قانون الجيب (السينوس): $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma} = 2R$ (R – نصف قطر الدائرة الحاصرة)

قانون جيب التمام (الكوسينوس): $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos\gamma$ (γ هي الزاوية المحصورة بين a وَ b)

طول قوس α راديانات : $\ell = \alpha R$ $\qquad$ مساحة قطاع α راديانات : $S = \frac{1}{2}\alpha R^2$

مساحة المثلث: $S = \frac{1}{2} \cdot b \cdot c \cdot \sin\alpha$ (α هي الزاوية المحصورة بين b وَ c)

الأجسام في الفراغ

الهرم والمخروط: الحجم: $V = \frac{B \cdot h}{3}$ (B – مساحة القاعدة، h – ارتفاع الجسم)

المخروط: مساحة الغلاف: $M = \pi R \ell$ (R – نصف قطر الدائرة، ℓ – الراسم)

حساب التفاضل والتكامل

المشتقّات:

$(x^t)' = t x^{t-1}$ (t حقيقي) $\qquad$ $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$(\tan x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$ $\qquad$ $(\cos x)' = -\sin x$ $\qquad$ $(\sin x)' = \cos x$

$(\ell og_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ell na}$ $\qquad$ $(a^x)' = a^x \cdot \ell na$

مشتقّة حاصل ضرب دالتين: $[f(x) \cdot g(x)]' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

مشتقّة حاصل قسمة دالتين: $\left[\frac{f(x)}{g(x)}\right]' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{[g(x)]^2}$

مشتقّة الدالة المركّبة: $[f(u(x))]' = f'(u) \cdot u'(x)$

$u'(x)$ هي مشتقّة u حسب x (مشتقّة داخلية)

وَ $f'(u)$ هي مشتقّة f حسب u (مشتقّة خارجية)

التكاملات:

$\int x^t dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} + C$ (t حقيقي، $t \neq -1$)

إذا كانت $F(x)$ هي الدالة الأصلية للدالة $f(x)$ ، عندها: $\int f(mx+b)dx = \frac{1}{m}F(mx+b) + C$

$\int f[u(x)] \cdot u'(x)dx = F[u(x)] + C$

الأعداد المركّبة

قانون دي موابر: $[R(\cos\varphi + i\sin\varphi)]^n = R^n(\cos n\varphi + i\sin n\varphi)$

حلول المعادلة $z^n = R(\cos\varphi + i\sin\varphi)$: $z_k = \sqrt[n]{R}\,[\cos\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right) + i\sin\left(\frac{\varphi}{n} + \frac{2k\pi}{n}\right)]$

$k = 0, 1, 2, ..., n-1$

المتّجهات

طول المتّجه: $|\underline{x}| = \sqrt{\underline{x} \cdot \underline{x}} = \sqrt{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2}$

المستوى عبر أطراف المتّجهات $\underline{a}$ ، $\underline{b}$ ، $\underline{c}$: $\underline{x} = \underline{a} + t(\underline{b} - \underline{a}) + s(\underline{c} - \underline{a})$

حاصل ضرب عددي (سكالاري): $\underline{x} \cdot \underline{y} = x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 = |\underline{x}| \cdot |\underline{y}| \cos\alpha$

البُعد بين النقطة $\underline{p}$ والمستوى $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$: $\frac{|\underline{v} \cdot \underline{p} + e|}{|\underline{v}|}$

إيجاد الزاوية بين المستقيم $\underline{a} + t\underline{b}$ والمستوى $\underline{v} \cdot \underline{x} + e = 0$: $\sin\beta = \frac{|\underline{v} \cdot \underline{b}|}{|\underline{v}| \cdot |\underline{b}|}$

إيجاد الزاوية بين المستويين $\underline{v}_1 \cdot \underline{x} + e_1 = 0$ ، $\underline{v}_2 \cdot \underline{x} + e_2 = 0$: $\cos\alpha = \frac{|\underline{v}_1 \cdot \underline{v}_2|}{|\underline{v}_1| \cdot |\underline{v}_2|}$

الهندسة التحليلية:

الخطّ المستقيم:

الميل، m ، لمستقيم يمرّ عبر النقطتين (x_1 , y_1) (x_2 , y_2) : $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

معادلة المستقيم $y = mx+b$ الذي ميله m ، والذي يمرّ عبر النقطة (x_1 , y_1) : $y - y_1 = m(x - x_1)$

إحداثيات النقطة C التي تقسم (بتقسيم داخلي) القطعة التي طرفاها هما $B(x_2 , y_2) , A(x_1 , y_1)$ بنسبة $\frac{AC}{BC} = \frac{k}{\ell}$: $\left(\frac{\ell x_1 + kx_2}{k+\ell} , \frac{\ell y_1 + ky_2}{k+\ell}\right)$

المستقيمان اللذان ميلاهما m_1 وَ m_2 يتعامدان إذا وفقط إذا $m_1 \cdot m_2 = -1$

بُعد النقطة (x_0 , y_0) عن المستقيم $Ax + By + C = 0$: $d = \left|\frac{Ax_0 + By_0 + C}{\sqrt{A^2 + B^2}}\right|$

الدائرة:

معادلة المماس للدائرة $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$ في النقطة (x_0 , y_0) التي على محيط الدائرة:

$$(x_0 - a) \cdot (x - a) + (y_0 - b) \cdot (y - b) = R^2$$

القطع المكافئ:

معادلة المماس للقطع المكافئ $y^2 = 2px$ في النقطة (x_0 , y_0) التي على القطع المكافئ: $y \cdot y_0 = p(x + x_0)$

دليل القطع المكافئ: $x = -\frac{p}{2}$

بؤرة القطع المكافئ: $F\left(\frac{p}{2} , 0\right)$

القطع الناقص:

معادلة القطع الناقص: $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$

بُعد البؤرة عن نقطة أصل المحاور: $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

مجموع بُعدَي النقطة التي على القطع الناقص عن البؤرتين: $r_1 + r_2 = 2a$