امتحان رياضيات / علامة واقية

نموذج 035581

اسم الطالب/ة	
الصف	الحادي عشر 2 + 3 + 10
التاريخ	24.11.22
تعليمات للامتحان	

أ. مدة الامتحان: **ثلاث ساعات** .

ب. مبنى النموذج وتوزيع الدرجات :

في هذا النموذج ثلاثة فصول : عليك اختيار **أربعة** أسئلة فقط .
على الأقل سؤال واحد من كل فصل .
الفصل الأول : الجبر, متواليات والاحتمال :
الفصل الثاني : مثلثات وهندسة مستوية :
الفصل الثالث: بحث الدالة المثلثية , تفاضل وتكامل , مسائل قيم قصوى :

المجموع - 100 درجة

ج. مواد مساعدة يسمح استعمالها:

1. حاسبة غير بيانية. لا يسمح استعمال إمكانيات البرمجة في الحاسبة التي يمكن برمجتها. استعمال الحاسبة البيانية أو إمكانيات البرمجة في الحاسبة قد يؤدي إلى إلغاء الامتحان .
2. لوائح قوانين (مرفقة).

العلامة النهائية

لمعرفة الإجابات الصحيحة للامتحان
الرجاء زيارة موقع المدرسة

الأسئلة

أجب عن أربعة من الأسئلة 1 - 8 (لكل سؤال - 25 درجة) .

على الأقل سؤال واحد من كل فصل

انتبه! اذا اجبت عن أكثر من اربعة أسئلة , تفحص فقط الإجابات الأربع الأولى التي في دفترك.

الفصل الأول: الجبر والمتواليات

أجب على الأقل سؤال واحد

1. صيف 2010

خرج راكب درّاجة هوائية من المكان A إلى المكان B ، وفي نفس الساعة بالضبط خرج راكب درّاجة هوائية آخر من المكان B إلى المكان A . (سرعتا راكبَي الدرّاجتين الهوائيتين لا تتغيّران .)

بعد مرور 4 ساعات التقى راكبا الدرّاجتين الهوائيتين.

الزمن الذي احتاج إليه راكب الدرّاجة الهوائية الذي خرج من A ليقطع المسافة التي بين A وَ B ، أكثر بـ 108 دقائق من الزمن الذي احتاج إليه راكب الدراجة الهوائية الذي خرج من B ليقطع هذه المسافة.

15/ أ. جد النسبة بين سرعة راكب الدرّاجة الهوائية الذي خرج من B وبين سرعة راكب الدرّاجة الهوائية الذي خرج من A . $\frac{5}{4}$

10/ ب. جد بِكَم ساعة قطع كلّ واحد من راكبَي الدرّاجتين الهوائيتين المسافة بين A وَ B .

الراكب من A الى B 9 ساعات

الراكب من B الى A 7,2 ساعات

2. صوحد ب 2018

المتوالية a_n معرّفة لكلّ n طبيعيّ بواسطة الدستور التراجعيّ: $a_{n+1}=-\frac{c^n-2}{a_n}$ ، $a_1=-\frac{1}{c}$.

معطى أنّ: $c>0$.

أ. برهن أنّ الحدود الواقعة في الأماكن الفرديّة في المتوالية a_n تشكّل متوالية هندسيّة، وأنّ الحدود الواقعة في الأماكن الزوجيّة في المتوالية a_n تشكّل متوالية هندسيّة أيضًا.

ب. (1) اكتب 7 الحدود الأولى في المتوالية a_n . عبّر عن إجابتك بدلالة c إذا دعت الحاجة.

(2) عبّر بدلالة c عن مجموع 7 الحدود الأولى في المتوالية a_n .

(3) برهن أنّه لكلّ n طبيعيّ، مجموع $2n-1$ الحدود الأولى في المتوالية a_n لا يتعلّق بـ n .

جـ. المتوالية b_n معرّفة على النحو التالي: $b_n=-\frac{2}{a_n \cdot a_{n+1}}$.

(1) بيّن أنّ b_n هي متوالية هندسيّة.

(2) ما هو مجال قيَم c التي بالنسبة لها b_n هي متوالية تنازليّة؟

(3) معطى أنّ المتوالية اللّانهائيّة b_n هي متوالية تنازليّة.

عبّر عن مجموعها بدلالة c .

3. 2019 شباط

معطاة متوالية حسابيّة $a_1, a_2, \ldots, a_{2n+3}$ فيها $2n+3$ حدود (n هو عدد طبيعيّ).
مجموع المتوالية هو 43 ضعف الحدّ الأوسط. الحدّ الأوسط لا يساوي 0 .

أ. (1) بيّن أنّ مجموع المتوالية يساوي $(2n+3)\cdot a_{n+2}$. برهان 4

(2) جد عدد الحدود في المتوالية. 43 4

ب. معلوم أنّ مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الفرديّة في المتوالية المعطاة هو أكبر بـ 40 من مجموع الحدود الواقعة في الأماكن الزوجيّة في المتوالية المعطاة.

(1) جد الحدّ الأوسط. 40 3

(2) جد مجموع المتوالية. 1720 4

معطى أنّ فرق المتوالية المعطاة هو $-a_1$.

جـ. حدّد هل المتوالية تصاعديّة أم تنازليّة. تصاعدية 3

يُبْنون من جميع حدود المتوالية المعطاة متوالية جديدة بواسطة جَمْع كلّ k حدود متجاورة (k هو عدد طبيعيّ) بالطريقة التالية:

$(a_1+a_2+\ldots+a_k)$ ، $(a_2+a_3+\ldots+a_{k+1})$ ، $(a_3+a_4+\ldots+a_{k+2})$ ، ...

د. عبّر بدلالة k عن عدد الحدود في المتوالية الجديدة. $44-k$ 5

الفصل الثاني: الهندسة المستوية ومثلثات

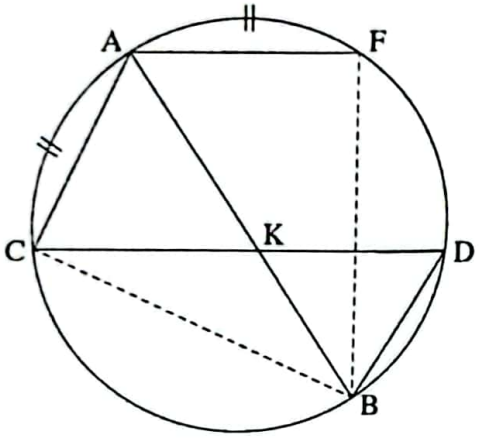
أجب على الأقل سؤال واحد

4. موعد ب 2019

AB هو قطر في دائرة. CD وَ AF هما وتران في الدائرة يوازي احدهما الآخر.

AB وَ CD يتقاطعان في النقطة K (انظر الرسم).

معطى أنّ $\overset{\frown}{CA} = \overset{\frown}{AF}$ (القوسان المُشار إليهما في الرسم).



أ. (1) برهن أنّ $\sphericalangle FAB = \sphericalangle CAB$. برهان

(2) برهن أنّ $BK = BD$. برهان

ب. برهن أنّ الشكل الرباعيّ AFKC هو معيَّن. برهان

جـ. معطى أيضًا أنّ $BD \cdot AB = CD \cdot AC$.

(1) برهن أنّ $\Delta BDC \sim \Delta CAB$. برهان

(2) برهن أنّ CD هو قطر في الدائرة. برهان

5. موعد ب 2013

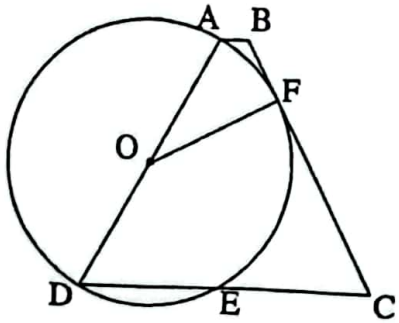
معطى شبه منحرف متساوي الساقين ABCD $(AD = BC)$.

الساق AD هو قطر في دائرة مركزها O.

الساق BC يمسّ الدائرة في النقطة F.

الدائرة تقطع القاعدة DC في النقطة E (انظر الرسم).

معطى أنّ: $\sphericalangle BCD = \alpha$.



أ. عبّر بدلالة α عن مقدار الزاوية FOD. $270 - 2\alpha$

ب. (1) عبّر بدلالة α عن مقدار الزاوية ODF. $\alpha - 45^\circ$

(2) عبّر بدلالة α عن النسبة $\frac{DE}{DC}$ $\frac{\sin\alpha \cdot \cos\alpha}{\sin(135-\alpha)\sin(\alpha+45)} = \frac{\sin 2\alpha}{1+\sin 2\alpha}$

الفصل الثالث: بحث الدالة المثلثية، التفاضل والتكامل

أجب على الأقل سؤال واحد

6. 2016 شتاء

معطاة الدالّة $f(x)=a\cdot\sin^2 x+b\cdot\cos(4x)$ في المجال $0\le x\le\frac{2\pi}{3}$.

a وَ b هما بارامتران.

للدالّة $f(x)$ نقطة قصوى في النقطة التي فيها $x=\frac{\pi}{3}$.

معطى أنّ $b<0$.

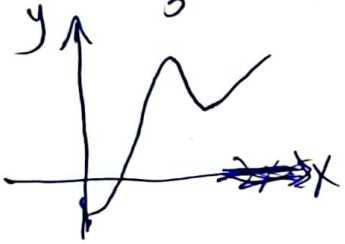
أ. عبّر بدلالة b (حسب الحاجة) عن إحداثيّات النقاط القصوى للدالّة $f(x)$ في المجال المعطى، وحدّد نوع هذه النقاط.

$\min(0,b)$, $\max\left(\frac{\pi}{3},-3\frac{1}{2}b\right)$, $\min\left(\frac{\pi}{2},-3b\right)$

$\max\left(\frac{2\pi}{3},-3\frac{1}{2}b\right)$

ب. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$ في المجال المعطى.

جـ. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا لدالّة المشتقّة $f'(x)$ في المجال المعطى.



د. (1) جد قيمة التكامل $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{2\pi}{3}} f''(x)\,dx$.

0

(2) في المجال $\frac{\pi}{2}\le x\le\frac{2\pi}{3}$ ، الرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة الثانية $f''(x)$ يقطع المحور x في نقطة واحدة فيها $x=k$.

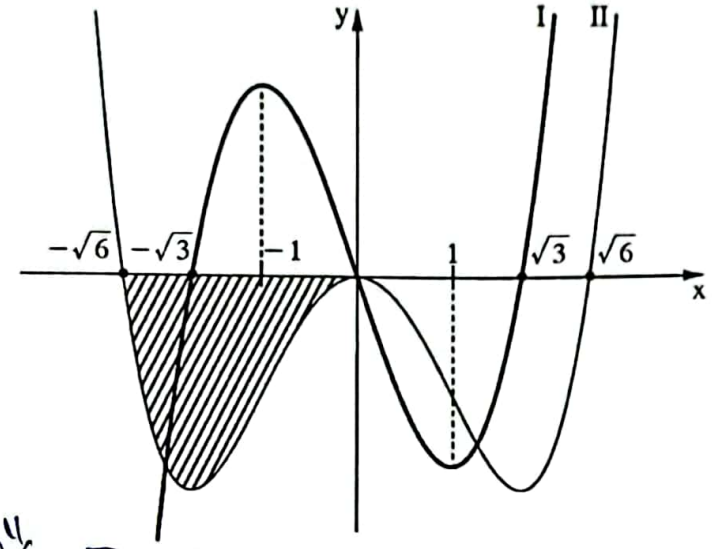
في المجال $\frac{\pi}{2}\le x\le k$ ، المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لِـ $f''(x)$ والمحور x والمستقيم $x=\frac{\pi}{2}$ ، تساوي S .

عبّر بدلالة S عن المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ لِـ $f''(x)$ والمحور x والمستقيم $x=\frac{2\pi}{3}$ في المجال $k\le x\le\frac{2\pi}{3}$. علّل.

ملاحظة: لا حاجة لإيجاد $f''(x)$.

2018 صوعد ب

.7 أمامك الرسمان البيانيّان للدالّتين $f'(x)$ وَ $f''(x)$ (دالّة المشتقّة الأولى ودالّة المشتقّة الثانية للدالّة $f(x)$) في المجال $-2.5 \le x \le 2.5$. الرسمان البيانيّان يمرّان في نقطة أصل المحاور.

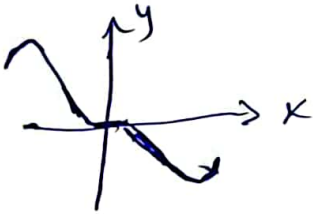


أ. لائم بين الرسمين البيانيّين I وَ II وبين الدالّتين $f'(x)$ وَ $f''(x)$. علّل. $f'(x)$-II , $f''(x)$-I 3

ب. (1) كم نقطة قصوى داخليّة توجد للدالّة $f(x)$ في المجال الموصوف في الرسم البيانيّ؟ علّل إجابتك. نقطتان 3

(2) كم نقطة التواء توجد للدالّة $f(x)$ في المجال الموصوف في الرسم البيانيّ؟ علّل إجابتك. ثلاث نقاط 3

جـ. بالنسبة لأيّة قيمة لِـ x في المجال $-\sqrt{3} \le x \le \sqrt{3}$ يكون ميل المماسّ للرسم البيانيّ لدالّة المشتقّة، $f'(x)$ ، أصغر ما يمكن؟ $x=1$ 3



معطى أنّ: $f(x)$ هي دالّة فرديّة.

د. ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة $f(x)$. 5

معطى أنّ: قيمة الدالّة $f(x)$ في نقطة نهايتها العظمى هي t .

هـ. عبّر بدلالة t عن المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ II والجزء السالب للمحور x (المساحة المخطّطة في الرسم). t 3

و. معطى أنّه: توجد a وَ b وَ c حقيقيّة بحيث $f(x) = ax^5 + bx^3 + c$. 5

جد c والنسبة $\frac{a}{b}$. $\frac{a}{b} = -\frac{1}{10}$, $c = 0$

.8 صيف 2018

معطاة الدالّة $f(x)=\frac{ax-1}{\sqrt{ax^2-2x+1}}$. a هو پارامتر.

معطى انّ: الدالّة f(x) معرّفة لكلّ x.

أ. برهن انّ: $a>1$. بدون

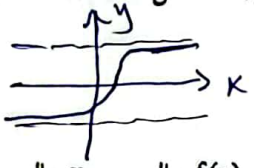
أجب عن البند "ب". إذا دعت الحاجة، عبّر بدلالة a .

ب. (1) جد إحداثيّات نقاط تقاطع الرسم البيانيّ للدالّة f(x) مع المحورين.

(2) اكتب معادلات خطوط التقارب الموازية للمحور x للدالّة f(x).

(3) جد مجالات تصاعد وتنازل الدالّة f(x) (إذا وُجدت مثل هذه المجالات).

(4) ارسم رسمًا بيانيًّا تقريبيًّا للدالّة f(x) .



معطى انّ: $a=3$.

جـ. احسب المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة f(x) والمحور x والمستقيمين $x=\frac{2}{3}$ وَ $x=2$.

د. g(x) هي دالّة متناقصة (יורדת) معرّفة لكلّ x .

نرمز بـ S إلى المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة f(x) والمحور x والمستقيمين $x=\frac{1}{3}$ وَ $x=b$ ($b>\frac{1}{3}$).

معطى أنّ: المساحة المحصورة بين الرسم البيانيّ للدالّة f(x) والرسم البيانيّ للدالّة g(x) والمستقيمين $x=\frac{1}{3}$ وَ $x=b$ تساوي 2S بالنسبة لكلّ b .

عبّر عن g(x) بدلالة f(x) في المجال $x>\frac{1}{3}$ (اكتب الإمكانيّتين). لا حاجة لبرهان إجابتك.